Exercice 2

Une échelle simple AB, homogène, de longueur ℓ et de poids P est posée contre un mur et fait avec ce mur l'angle α (fig. 16). On suppose les contacts avec le mur et avec le sol **sans frottement;** l'échelle doit donc être maintenue en équilibre grâce à un fil f parallèle au sol et fixé au voisinage du point B.

Déterminer en fonction de P et de α :

- la tension T du fil;
- les réactions R_A et R_B qui s'exercent sur l'échelle en A et B.

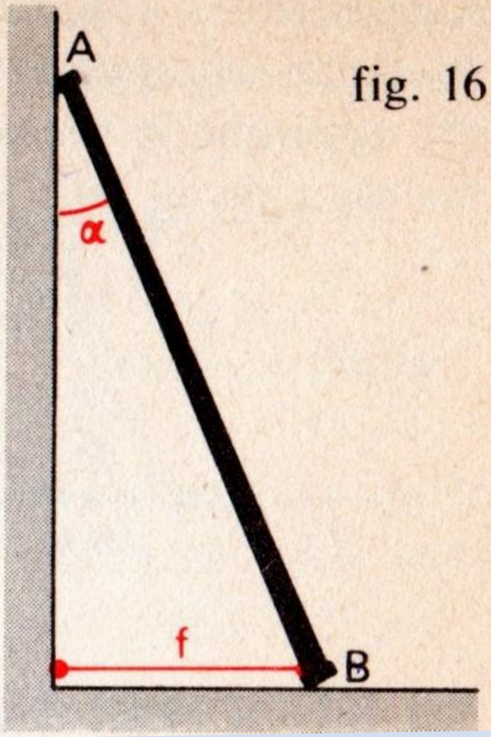
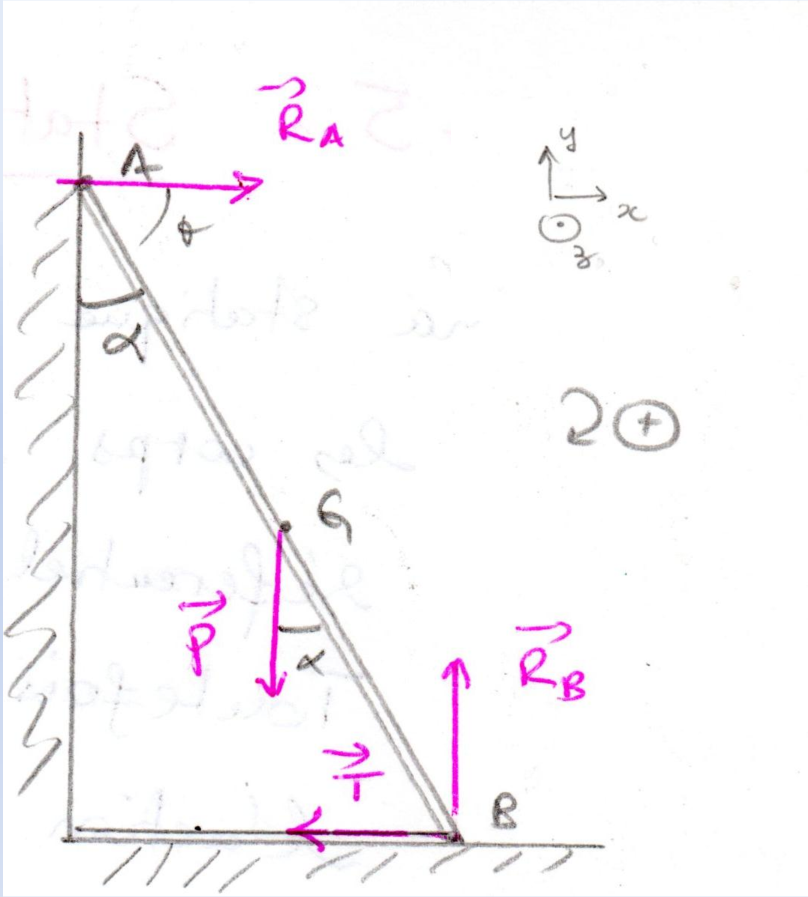


fig. 16

Solution - exercice 2

1- Détermination des forces

- **P** : le poids de l'échelle : support vertical
- A et B : appuis simples et les contacts sont sans frottement donc R_A et R_B sont perpendiculaire à la surface de contact
- **T** : la tension du fil : portée sur le fil



2- Détermination d'un repère et d'un sens positif de rotation

Solution - exercice 2

3- Pour que l'échelle soit en équilibre, on applique la lois de la statique, pour la **translation** et la **rotation**

- Condition d'équilibre de translation

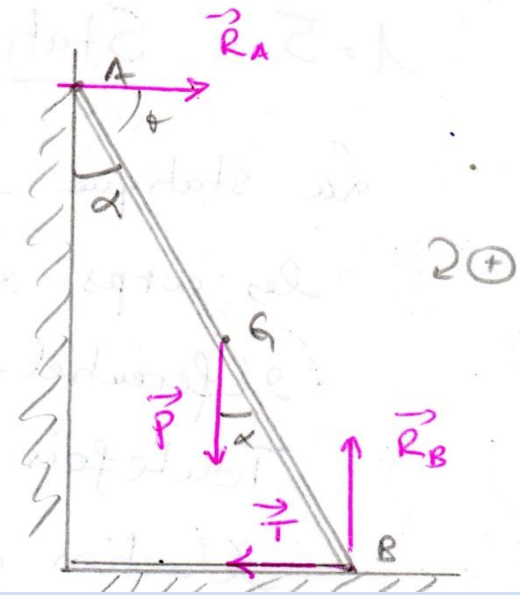
$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \sum \vec{F}_x = 0 \quad et \quad \sum \vec{F}_y = 0$$

- Condition d'équilibre de rotation autour du point *O*

$$\sum M_O = 0$$

$\vec{R}_A$ et $\vec{R}_B$ $\perp$ surface de contact

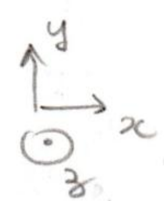
car pas de frottement

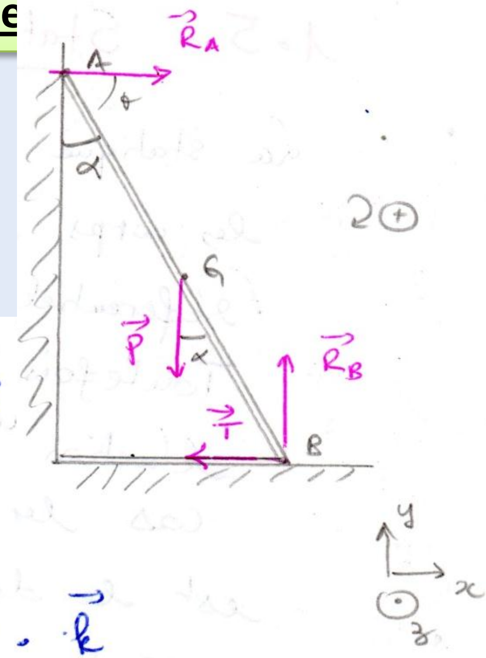


Equilibre de translation :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_A + \vec{R}_B = \vec{0}$$

$$\begin{matrix} (Ox) \\ (Oy) \end{matrix} \begin{cases} R_A - T = 0 & \textbf{équation (1)} \\ R_B - P = 0 \Rightarrow \boxed{R_B = P} & \textbf{équation (2)} \end{cases}$$





Solution - exercice 2

Equilibre de rotation :

$$\sum \vec{M}_{F_{ext}/B} = \vec{0} \quad , \text{ on a : } \vec{M}(\vec{T})_{/B} = \vec{M}(\vec{R}_B)_{/B} = \vec{0}$$

$$\text{donc} \quad \vec{M}_{/B}(\vec{P}) + \vec{M}_{/B}(\vec{R}_A) = 0$$

$$\vec{M}_{\vec{P}/B} = \vec{BG} \wedge \vec{P} = -\frac{\ell}{2} \cdot P \cdot \sin\alpha \cdot \vec{k}$$

$$\vec{M}_{\vec{R}_A/B} = \vec{BA} \wedge \vec{R}_A = +\ell \cdot R_A \sin(\vec{BA}, \vec{R}_A) \cdot \vec{k}$$

$$\text{on a } (\vec{BA}, \vec{R}_A) = \theta = \pi/2 - \alpha \quad \text{or : } \sin(\pi/2 - \alpha) = \cos\alpha$$

$$\text{donc} \quad -\frac{\cancel{\ell}}{2} \cdot P \cdot \sin\alpha + \cancel{\ell} R_A \cos\alpha = 0$$

équation (3) $\Rightarrow \quad \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha = R_A \cos\alpha \Rightarrow R_A = \frac{P}{2} \cdot tg\,\alpha = T$

$$\text{donc} \quad R_A = T = \frac{P}{2}\, tg\,\alpha \quad \text{et} \quad R_B = P$$