

Physique pour l'architecte

Hassen Ghalila

Université Virtuelle de Tunis

2007

Avant-propos

Ce cours a pour objectif, d'une part, de familiariser les futurs architectes avec les propriétés de la matière et les phénomènes physiques environnants, et d'autre part, de les initier aux différentes techniques de calculs, utilisées lors de la conception de nouveaux édifices. Le champ d'application de toutes ces techniques est très vaste. En effet, il englobe un large éventail de problèmes qui vont de la stabilité des édifices aux questions relatives au confort.

Bien sûr, ce cours n'a pas la prétention de faire une description complète de tout ce qui existe dans ce domaine. Il rassemble toutefois, à partir de la synthèse des documents cités dans la bibliographie, l'essentiel des définitions et des paramètres de base employés pour les calculs. On désigne ici de basiques toutes les grandeurs fondamentales qui sont communes à tous calculs.

Le document se compose de cinq parties distinctes. Les deux premières sont relatives aux problèmes d'équilibre et de stabilité des édifices. Dans la première partie, on définit les équations de la statique fixant les conditions de l'équilibre, puis on décrit les forces usuelles auxquelles sont soumis les édifices. La seconde partie aborde les problèmes de stabilité à travers une introduction à la résistance des matériaux. On étudie succinctement, dans cette partie, les contraintes internes travaillant la matière et les efforts qui les produisent.

Les trois autres parties sont relatives aux problèmes du confort. Celui-ci est défini à travers le confort thermique, le confort acoustique et le confort visuel ou encore l'éclairage. Dans le cours de thermique, on présente les différents modes de transfert de chaleur après avoir donné les définitions des grandeurs fondamentales telles que la chaleur, la température ou encore l'humidité relative. Le cours

d'acoustique est divisé en deux parties. La première est une description purement physique du son, et la seconde une description physiologique. C'est dans cette dernière que l'on définit les paramètres servant à définir le confort acoustique. La description physique, qui présente les notions fondamentales associées au son, permet de mieux comprendre les liens entre les différents paramètres physiologiques. Dans le cours d'éclairage, on introduit seulement l'éclairage naturel provenant du soleil. Pour cela on décrit en détail la relation entre la terre et le soleil afin de connaître les trajectoires apparentes du soleil dans le ciel. Cette connaissance est fondamentale puisque c'est à partir de ces trajectoires que l'on décide de l'orientation des édifices.

Des séries d'exercices relatives à chacune des parties sont données à la fin du document. L'essentiel des exercices proposés a pour but d'illustrer sur des cas simples les définitions introduites dans ce cours.

Table des matières

TABLE DES MATIÈRES

Partie I : Statique

I Introduction	1
I.1 Mécanique	1
I.2 Principes de Newton	1
1) Premier principe	1
2) Deuxième principe	2
3) Troisième principe	2
I.3 Statique	2
II Conditions d'équilibre	3
II.1 Équilibre de translation	3
II.2 Équilibre de rotation	4
III Forces	4
III.1 Définitions	4
III.1.1 Forces concourantes et non-concourantes	4
III.2 Forces concentrées et forces réparties	5
III.2.1 Définitions	5
III.2.2 Forces réparties	6
a) Force linéique	7
b) Force surfacique	7
c) Force volumique	8
d) Force uniformément répartie	8
III.3 Moment d'une force	9
III.3.1 Moment par rapport à un point	9
III.3.2 Moment par rapport à un axe	10
III.3.3 Définition d'un couple	12
IV Nature des forces	13
IV.1 Gravitation	13
IV.1.1 Définition	13

TABLE DES MATIÈRES

IV.1.2 Pesanteur.....	14
IV.1.3 Poids	17
IV.1.4 Centre de masse ou centre d'inertie	17
a) Système matériel discret.....	19
b) Système matériel continu	21
IV.2 Forces de contact ou réactions d'appuis	24
IV.2.1 Force de frottement.....	25
a) Frottements statiques	25
b) Frottements dynamiques	26
IV.2.2 Appuis simples	26
IV.2.3 Appuis articulés	27
IV.2.4 Encastremets	27

Partie II : RDM

I Introduction	31
II Forces internes et contraintes	32
II.1 Principe d'équivalence	32
II.1.1 Description	32
II.1.2 Contraintes	34
II.1.3 Application à la poutre	36
II.2 Élasticité	38
II.2.1 Domaine d'application.....	39
a) Loi de Hooke	39
b) Loi de Navier-Bernoulli	40
c) Principe d'indépendance	40
II.2.2 Taux de travail limite	41
II.2.3 Coefficients d'élasticité	41
a) Module d'Young	41
b) Module de Coulomb.....	42
II.2.4 Équation d'équarrissage.....	42
III. Forces externes.....	42
III.1 Réduction des forces externes	43
III.1.1 Effort normal	44

TABLE DES MATIÈRES

III.1.2 Effort tranchant	44
III.1.3 Moment fléchissant	45
III.1.4 Exemple de calcul	46
III.2 Effets sur les poutres	51
III.2.1 Tension	52
III.2.2 Compression	54
III.2.3 Cisaillement	55
III.2.4 Flexion	57
III.2.5 Torsion	60

Partie III : Thermique

I Introduction	63
I.1 Thermique et thermodynamique	63
I.1.1 Thermique	63
I.1.2 Thermodynamique	64
II Définitions	64
II.1 Chaleur	64
II.1.1 La calorie	64
II.1.2 Le calorimètre	65
II.2 Température	65
II.2.1 Thermomètre	66
II.2.2 Équilibre thermique	67
II.3 Capacité thermique et chaleur latente	68
II.3.1 Échauffement ou refroidissement	68
II.3.2 Changement d'état	69
a) Transitions de phase	69
b) Dilatation et compression	71
II.4 Humidité et phénomènes de condensation	72
II.4.1 Hygrométrie et humidité relative (H.R)	73
a) Saturation	73
b) Point de rosée	73
III Transferts de chaleur	73

TABLE DES MATIÈRES

III.1. Introduction	73
III.1.1 Généralités	74
a) Conduction	74
b) Convection	75
c) Rayonnement.....	76
III.1.2 Flux de chaleur	76
a) Déperdition thermique globale.....	76
b) Densité de flux	77
III.2 Conduction	77
III.2.1 Loi de Fourier	77
III.2.2 Résistance et coefficient de transmission	78
a) Résistance thermique.....	78
b) Coefficient de transmission thermique	79
III.2.3 Coefficient de conductivité.....	79
a) Corps solides	80
b) Corps liquides	81
c) Corps gazeux	82
III.2.4 Applications de la loi de Fourier aux parois	83
a) Paroi simple.....	83
b) Paroi multi-couche	85
III.3. Convection	88
III.3.1 Loi de Newton	89
a) Coefficient d'échange	90
b) Résistance thermique	90
c) Couche limite thermique	90
d) Flux global	91
III.3.2 Convection forcée	92
a) Relation de corrélation	93
b) Nombre de Reynolds.....	95
III.3.3 Convection naturelle	98
a) Relation de corrélation	98
b) Nombre de Grashof.....	100
III.4. Rayonnement	101
III.4.1 Corps transparents, et corps opaques.....	101
a) Corps transparent.....	102
b) Corps partiellement transparents.....	103
c) Corps opaques	104
III.4.2 Le corps noir	105
a) Loi de Planck.....	105
b) Loi de Stefan-Boltzmann	106

TABLE DES MATIÈRES

c) Loi de Wien	106
III.4.3 Les corps gris	107
a) Émissivité	107
b) Loi de Kirschhoff	107
c) Application	108
IV Conclusion	110

Partie IV : Acoustique

I Introduction	115
II Aspects physiques	115
II.1 Caractéristiques physiques du son	116
II.1.1 Fréquence et longueur d'onde	117
II.1.2 Vitesse du son	117
II.1.3 Puissance intensité et pression	118
II.2 Propagation du son	120
II.2.1 Interférence	121
II.2.2 Effet Doppler	122
II.2.3 Réflexion, absorption et transmission	123
II.2.4 Diffraction	125
III Aspects physiologiques	126
III.1 Aire d'audibilité	127
III.1.1 Hauteur et timbre des sons	127
III.1.2 Intensité sonore, décibel (dB)	129
III.1.3 Diagramme de Fletcher	132
III.1.4 Décibel pondéré	133
III.1.5 Bande d'octave	135
III.2 Application dans le bâtiment	137
III.2.1 Réverbération	137

TABLE DES MATIÈRES

III.2.2 Isolement acoustique brut D_b et normalisé D_{nT}	139
III.2.3 Indice d'affaiblissement acoustique R	141
a) Définition	141
b) Relation entre R et D_b	142
c) Équations de la loi de masse	144

Partie V : Éclairage

I Introduction	149
II La terre autour du soleil	149
II.1 Saisons et ensoleillement	149
II.1.1 Cycles de Milutin Milankovitch	149
II.1.2 Situation actuelle	150
II.1.3 Les saisons	151
II.2 Trajectoire du soleil dans le ciel	152
II.2.1 Trajectoire apparente du soleil	153
a) Hauteur et Azimut	156
II.2.2 Expositions d'un édifice	159
a) Exemple d'ensoleillement	160
b) Ombre portée et angle de profil	160
c) Diagramme d'ombre	162
II.3 Rayonnement solaire	164
II.3.1 Origine et composition spectrale	164
II.3.2 L'atmosphère terrestre	165
a) Composant	165
b) Structure	166
c) Répartition de l'intensité solaire sur le globe	168
III La lumière et son interaction avec les matériaux	169
III.1 La lumière	169
III.1.1 Nature de la lumière	169
a) Aspect ondulatoire	169
b) Aspect corpusculaire	170
III.1.2 Lumière et couleurs	170
a) Prisme	171

TABLE DES MATIÈRES

b) Filtre	171
III.2 Photométrie	172
III.2.1 Le Lumen	173
III.2.2 La candela	173
a) Angle solide	174
III.2.3 Éclairement et brillance	175
a) Le lux	176
b) La luminance	177
c) Loi de Lambert	178
III.3 Interaction avec la matière	179
III.3.1 Généralités	179
a) Les corps transparents	179
b) Les corps translucides	182
c) Les corps opaques.....	183
III.3.2 Verres et vitrages	183
a) Procédés de fabrication du verre	184
b) Les différents types de vitrages	184
Annexe A : Rappels	189
I Algèbre	189
I.1 Opération sur les exposants	189
I.2 Opérations sur les puissances de 10	190
I.3 Fonction logarithme décimal	190
II Calcul vectoriel.....	190
II.1 Addition de vecteurs	191
II.2 Produit scalaire.....	193
II.3 Produit vectoriel	194
III Système d'unité	195
III.1 Unités de références.....	196
III.2 Unités dérivées.....	196
Annexe B	198
Calcul du centre de masse pour le triangle	198
Calcul du centre de masse pour l'arc de cercle.....	198
Annexe C	200

Exercices corrigés

Statique.....	205
RDM.....	217

TABLE DES MATIÈRES

Thermique	227
Acoustique	251
Éclairage.....	263

Bibliographie

Index

Partie I : Statique

STATIQUE

I Introduction

I.1 Mécanique

La mécanique, qui est la science des mouvements, se divise en quatre grands chapitres qui sont : la dynamique, la statique, la cinématique et la cinétique. La dynamique établit le lien entre les mouvements des corps et les actions mécaniques qui s'exercent sur eux. La statique est un cas particulier de la dynamique, puisqu'elle étudie les conditions nécessaires pour que les corps restent en équilibre. Enfin, la cinématique et la cinétique étudient le mouvement des corps sans faire intervenir les actions qui les ont mis en mouvement.

I.2 Principes de Newton

Il est intéressant de connaître les lois de la mécanique générale énoncées par I. Newton (1687), afin de situer le cadre de la statique. Ces lois, qui s'énoncent sous forme de trois principes, postulent la forme des relations entre mouvements et actions mécaniques.

1) Premier principe

Tout corps demeure dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, par rapport à un référentiel Galiléen¹, sauf si des forces le contraignent d'en changer.

Remarque : Ce principe énonce le principe de l'équilibre des forces qui constitue l'objet essentiel de la statique. Du point de vue de la dynamique, la notion d'équilibre est plus générale que celle qui nous

¹ Un référentiel est Galiléen lorsqu'il ne subit aucune accélération. Il peut avoir un mouvement rectiligne et uniforme.

STATIQUE

intéresse ici. On écarte, du cours de cette année, les mouvements de translation uniforme pour ne s'intéresser qu'à des systèmes immobiles.

2) Deuxième principe

Par rapport à un référentiel Galiléen, le mouvement d'un point matériel A de masse m soumis à plusieurs forces, satisfait à la relation

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{\gamma} \quad \text{I.1}$$

où $\vec{\gamma}$ est l'accélération.

Autrement dit, toute force non compensée, agissant sur un corps est proportionnelle à la masse de ce corps et à son accélération.

Remarque : Le premier principe est un corollaire du second principe. En effet, ce principe montre bien, que lorsque la résultante des forces est nulle il n'y a pas d'accélération.

3) Troisième principe

Cette loi énonce le principe de l'opposition des actions réciproques qui dit que la réaction est toujours opposée à l'action. Les actions que deux corps exercent l'un sur l'autre sont toujours égales, parallèles et dirigées en sens contraire.

Remarque : Ce principe établit que les forces se présentent toujours en paire. Il est alors nécessaire, lorsqu'on fait l'analyse de l'équilibre d'un système, d'isoler clairement ce système afin de ne retenir que la force de la paire qui agit sur le système en question.

I.3 Statique

Comme nous l'avons dit précédemment, la statique est l'étude des conditions pour lesquelles les corps restent immobiles, relativement à un référentiel. Précisons quelque peu cette définition. En effet, on distingue deux catégories de corps matériels : les corps

STATIQUE

indéformables et les corps déformables. On entend, par corps indéformable, tout corps dont la forme géométrique reste invariante quelle que soit l'action qui s'y applique. Bien sûr, il n'existe pas dans la réalité de corps absolument indéformable. On peut cependant, dans nombreux cas, considérer que cette approximation est valable. Cela dépend de l'action qui s'exerce sur le corps en question, mais aussi de la durée de cette action. Par exemple, sous l'action de leur propre poids, les objets lourds qui semblent inertes sur des durées relativement brèves, révèlent des déformations importantes sur des échelles de temps plus longues. Ces effets sont donc à étudier avec beaucoup de précautions et cela notamment lors de la conception des édifices.

L'étude des conditions d'équilibre pour les corps déformables est le domaine de la Résistance Des Matériaux (RDM). Nous donnons, dans la seconde partie de ce document, quelques notions de base en guise d'introduction à la RDM. Cette dernière est étudiée en détail tout au long de la deuxième année. Pour ce qui nous concerne, la statique se limite à l'étude des conditions d'équilibre pour les corps indéformables.

II Conditions d'équilibre

Un corps indéformable est considéré comme étant immobile lorsqu'il est, à la fois, en équilibre de translation et en équilibre de rotation.

II.1 Équilibre de translation

Cette condition traduit l'absence de déplacement global du corps. Pour vérifier cette condition, il faut que la somme des forces extérieures soit nulle. Elle s'écrit, sous forme algébrique,

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

II.1

STATIQUE

II.2 Équilibre de rotation

Un corps ne se déplaçant pas, mais tournant autour de lui même, est considéré en mouvement. Pour être au repos complet, il faut éviter également les actions tendant à le faire tourner autour de lui même. L'équilibre de rotation assure ceci, et s'écrit, sous forme algébrique,

$$\Sigma \vec{M}_{\vec{F}/o} = \vec{0} \quad \text{II.2}$$

o est un point quelconque appartenant au système étudié. On explique plus en détail, dans le chapitre suivant, la notion de force, et on introduit le moment d'une force.

III Forces

III.1 Définitions

Une force est l'action qui tend à changer l'état dynamique d'un système. Un corps soumis à une force subit une accélération ou une décélération.

III.1.1 Forces concourantes et non-concourantes.

Quand les supports des forces, agissant sur un corps en équilibre de translation, se coupent en un même point, celles-ci n'ont pas tendance à faire tourner le corps. De telles forces sont dites concourantes. Dans le cas contraire, les forces sont non-concourantes et provoquent la rotation du corps.

STATIQUE

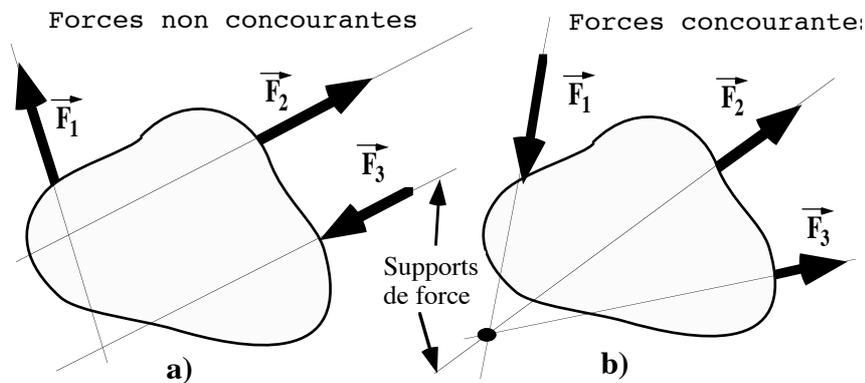


Figure III.1 a) Système de forces non-concourantes. Dans ce cas, les forces \vec{F}_1 et \vec{F}_2 sont concourantes, par contre \vec{F}_3 ne l'est pas. Elle a tendance à faire tourner l'objet. b) Toutes les forces sont concourantes.

III.2 Forces concentrées et forces réparties

III.2.1 Définitions

Une force est dite concentrée ou ponctuelle, lorsque la zone d'application de cette force peut se réduire à un point, autrement dit son extension spatiale est nulle. Dans le cas contraire, on dit que la force est répartie. Cette distinction est surtout utile pour l'étude de l'équilibre des corps déformables en RDM, car la détermination des contraintes internes nécessite la description détaillée des forces mises en jeu.

En ce qui concerne la physique du bâtiment, il n'existe pas réellement de forces ponctuelles. En effet, tous les objets usuels et toutes les structures mises en jeu dans une construction ont une extension spatiale non nulle. Ceci implique que les forces, mises en jeu, ont nécessairement une région d'application non nulle. Cependant, on peut dans certains cas, négliger cette extension spatiale et cela aussi bien du point de vue de la statique que celui de la RDM. Ce choix peut être dicté par différentes considérations.

Par exemple, lorsque l'on a deux objets en contact et que l'un des objets est de très petite taille par rapport à l'autre, on peut alors

STATIQUE

assimiler le contact sur l'objet de grande dimension comme étant ponctuel. On dit alors que l'objet de grande taille subit une force concentrée à l'endroit où se situe l'objet de petite taille.

La distinction peut également être dictée par la nature de l'étude que l'on désire accomplir. En effet, si l'on s'intéresse au problème de l'adhérence d'un véhicule, on peut, pour une même configuration, considérer que les forces de contact avec le sol, sont soit réparties, soit concentrées. Le schéma suivant illustre simplement le propos.

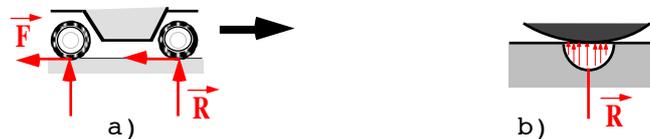


Figure III.2 Les réactions sur les roues dans le cas (a) sont dites concentrées. Dans le cas b), qui est un zoom sur la région de contact, ces forces sont dites réparties.

Supposons que, dans le cas représenté par la figure III.2-a), on étudie le comportement du véhicule dans son ensemble. C'est le cas, par exemple, des études de tenue de route. On peut, alors, assimiler les réactions au sol à des forces concentrées, s'appliquant en un point de chacune des roues. Si, maintenant, l'on désire étudier l'adhérence des roues ou leur usure avec le temps, il nous faut une analyse plus fine du contact. En regardant de plus près la zone de contact, on montre sa répartition spatiale. Dans ce cas, la réaction du sol sur la roue se répartit sur une surface plus ou moins importante suivant le niveau de gonflage des roues.

III.2.2 Forces réparties

On distingue trois types de répartition des forces, qui sont par ordre croissant de dimension d'espace : les répartitions linéiques, les répartitions surfaciques et enfin les répartitions volumiques.

STATIQUE

a) Force linéique

Dans le cas des répartitions linéiques, les forces s'appliquent le long d'une ligne. C'est le cas, par exemple, d'un pont suspendu à un câble. Le câble est considéré comme une ligne du fait du grand rapport existant entre sa longueur et sa section. On utilise comme unité le Nm^{-1} définissant la force par unité de longueur.

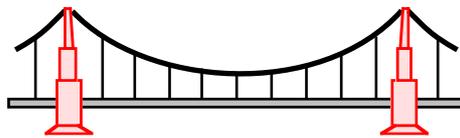


Figure III.3 Le câble flexible d'un pont suspendu peut être considéré comme un objet à une dimension le long de laquelle s'applique le poids de la chaussée.

b) Force surfacique

Pour les répartitions surfaciques, les forces se répartissent sur une surface. C'est le cas du vent qui souffle dans la voile d'un voilier, ou bien encore la pression de l'eau d'un fleuve sur un barrage hydraulique. Ces forces surfaciques ont la dimension d'une pression Nm^{-2} .

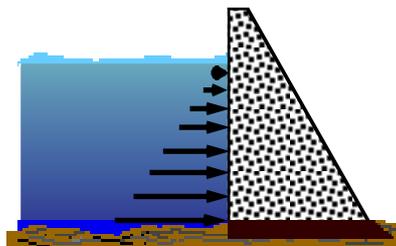


Figure III.4 Dans un barrage hydraulique, la pression de l'eau s'applique sur toute la surface du mur. Cette pression est proportionnelle à la profondeur.

STATIQUE

c) Force volumique

Le troisième type de forces, est celui des forces volumiques qui se répartissent sur tout le volume du corps. C'est le cas de la force d'attraction gravitationnelle. Dans le cas de l'attraction terrestre, on parle plus communément du poids des corps. On étudie, plus en détail, cette force au chapitre V.

d) Force uniformément répartie

Pour les trois catégories citées précédemment, la répartition des forces peut être soit quelconque soit uniforme. Ces deux types de répartitions se retrouvent partout dans les édifices où le poids des structures supérieures s'exerce continuellement sur les structures les supportant.

On parle de charge uniformément répartie lorsque la charge se répartit avec la même intensité sur tout l'espace d'application. Dans le cas contraire, la répartition est quelconque. Lorsque la géométrie de la charge est trop compliquée, on peut la modéliser par une forme géométrique simple permettant d'obtenir rapidement une solution approchée. Afin de traiter les cas les plus fréquemment rencontrés, on considère le cas des poutres, que l'on retrouve dans tout type de structure. On consacre, dans la partie de RDM, un chapitre pour définir plus précisément les caractéristiques des poutres.

La plupart des poutres sont de longues barres dont la section transversale est petite par rapport à la longueur. Les charges présentées ici s'exercent perpendiculairement à l'axe de la poutre. Bien que l'on n'ait fait aucune hypothèse sur les dimensions de ces charges, on peut considérer que l'on est en présence de forces linéiques puisqu'elles s'appliquent uniquement à l'endroit de la poutre.

STATIQUE

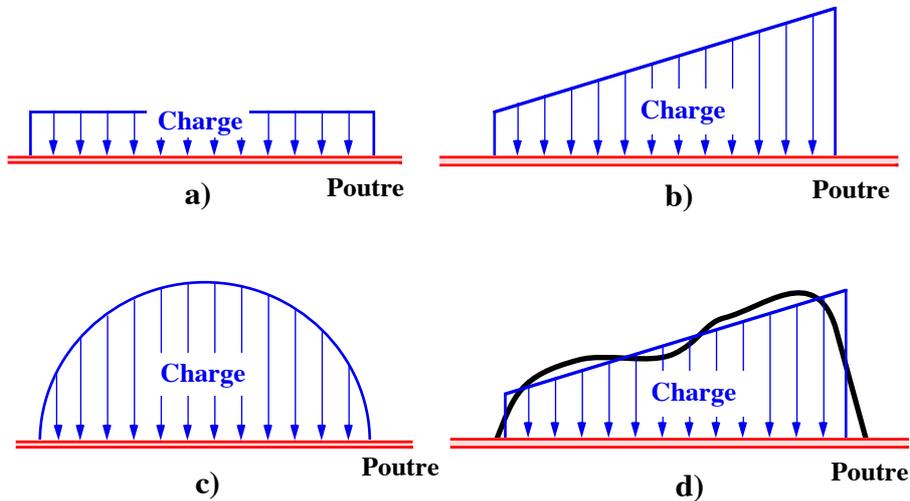


Figure III.5 On représente en a), b) et c) quelques formes usuelles. Pour le cas d) on a considéré une forme complètement quelconque pour la charge (trait en gras).

La géométrie des charges, que l'on peut rencontrer dans la réalité, est variée et possède souvent des formes compliquées. On peut cependant, à partir de formes simples, comme celles tracées sur la figure III.5.a), b) ou c), s'approcher de la forme originale. Dans le cas d) on a choisi une configuration quelconque que l'on a modélisée par la géométrie s'en approchant le plus possible.

Ces modèles sont d'un grand intérêt pour la détermination du centre de masse pour des objets de forme quelconque. En effet, la détermination de l'équilibre statique, nécessite la connaissance de la position du point d'application de la force résultante de ces charges réparties. On donne au chapitre IV la définition du centre de masse et son expression pour quelques formes usuelles.

III.3 Moment d'une force

III.3.1 Moment par rapport à un point

Le moment d'une force, par rapport à un point de référence, est le résultat du produit vectoriel (voir rappel) du vecteur joignant ce

STATIQUE

point de référence au point d'application de la force, avec le vecteur force.

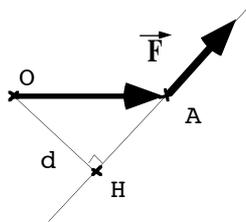


Figure III.6 Moment de \vec{F} par rapport à O

Soit O le point de référence et A le point d'application de la force \vec{F} . Le moment de cette force par rapport à O est donné par

$$\vec{M}_{\vec{F}/O} = \vec{OA} \times \vec{F} \quad \text{III.1}$$

Soit H la projection de O perpendiculairement au support de la force. On définit ainsi la distance, d, de O par rapport à cet axe. D'après la définition du produit vectoriel (voir rappel) l'expression III.1 devient,

$$\vec{M}_{\vec{F}/O} = \vec{OH} \times \vec{F} = d.F \vec{k}$$

d est le bras de levier de \vec{F} par rapport à O. Le module du moment, est

$$M_{\vec{F}/O} = d.F$$

se réduit simplement au produit du bras de levier par le module de la force.

III.3.2 Moment par rapport à un axe

Le moment, par rapport à un axe, mesure la tendance d'une force, ou d'un système de forces, à faire tourner un objet autour d'un

STATIQUE

axe fixe. C'est le cas, par exemple, d'une porte pivotant sur ses gonds. Son expression est obtenue en faisant le produit scalaire du moment de la force, par rapport à un point quelconque de l'axe, avec un vecteur unitaire porté par cet axe. Soit, \vec{i} ce vecteur unitaire, on a alors,

$$\vec{M}_{\vec{F}/\Delta} = \vec{M}_{\vec{F}/O} \cdot \vec{i} \quad \text{III.2}$$

Reprenons l'exemple de la porte afin d'expliciter l'expression de ce moment.

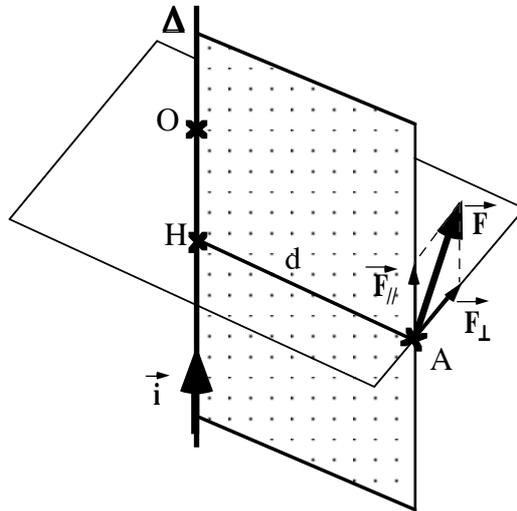


Figure III.7 La force appliquée à la porte est décomposée en une composante orthogonale à Δ et une composante parallèle à Δ .

La force, \vec{F} , est décomposée en sa composante parallèle à l'axe, $\vec{F}_{//}$, et sa composante orthogonale à l'axe \vec{F}_{\perp} . On développe alors l'expression III.2 de la façon suivante

$$\vec{M}_{\vec{F}/\Delta} = \vec{M}_{\vec{F}/O} \cdot \vec{i} = [\vec{OA} \times \vec{F}] \cdot \vec{i} = [(\vec{OH} + \vec{HA}) \times (\vec{F}_{//} + \vec{F}_{\perp})] \cdot \vec{i}$$

Le dernier terme se simplifie (laissé en exercice (voir rappel)), et le moment se réduit alors à

STATIQUE

$$M_{\vec{F}/\Delta} = [\vec{HA} \times \vec{F}_{\perp}] \cdot \vec{i} = d.F_{\perp}$$

Ce résultat montre que le moment par rapport à un axe est indépendant du point de référence O choisi sur cet axe (la démonstration est laissée en exercice). De plus, on voit que ce moment est indépendant de la position du point d'application sur une ligne parallèle à Δ . Il ne dépend que de la distance d à Δ . Cela signifie, dans le cas de la porte par exemple, que l'effet de l'action appliquée est le même selon qu'on la pousse au niveau de la poignée ou ailleurs.

III.3.3 Définition d'un couple

On appelle couple, tout système de forces, dont la somme est nulle mais dont le moment est non nul. Les couples servent à faire tourner les corps sans pour autant provoquer le déplacement de ces corps. Prenons, pour exemple, un système, formé de deux forces uniquement, s'exerçant sur un disque. L'une est l'opposée de l'autre, et leur point d'application est diamétralement opposé. On représente, sur la figure suivante, un schéma du système considéré.

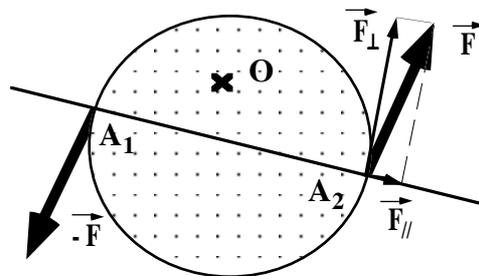


Figure III.8 Les deux forces forment un couple. Elles font tourner le disque sans provoquer de déplacement.

Désignons par \vec{M}_O le moment global résultant de l'effet des deux forces par rapport à un point quelconque du disque O .

STATIQUE

$$\vec{M}_o = \vec{M}_{\vec{F}/o} + \vec{M}_{-\vec{F}/o} = -\vec{OA}_1 \times \vec{F} + \vec{OA}_2 \times \vec{F}$$

En mettant \vec{F} en facteur et en remplaçant $(-\vec{OA}_1)$ par $(\vec{A}_1\vec{O})$, on obtient

$$\vec{M}_o = \vec{A_1A_2} \times \vec{F} \quad \text{III.3}$$

D'après la définition du produit vectoriel, l'expression du couple peut s'écrire

$$\vec{M}_o = dF_{\perp} \vec{k}$$

où d est la distance séparant les deux points d'applications, et F_{\perp} est la composante normale à l'axe de la force passant par ces deux points. On remarque que le module du couple est indépendant du point considéré.

IV Nature des forces

IV.1 Gravitation

IV.1.1 Définition

La gravitation est une force attractive entre corps matériels. La loi Newtonienne de la gravitation s'énonce de la façon suivante : tout corps matériel A_1 de masse m_1 exerce en toute circonstance, sur tout autre corps A_2 de masse m_2 une force attractive $\vec{F}_{1,2}$ égale et opposée à la force attractive $\vec{F}_{2,1}$ qu'exerce A_2 sur A_1 .

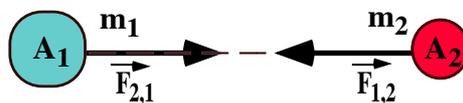


Figure IV.1

STATIQUE

Cette force est définie par la relation suivante

$$\vec{F}_{1,2} = - \vec{F}_{2,1} = - G m_1 m_2 / r^3 \vec{r}_{1,2}$$

où $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ est la constante de gravitation universelle. Le signe négatif signale que la force est de sens inverse au vecteur $\vec{r}_{1,2}$, joignant le corps A_1 au corps A_2 . Ceci traduit le fait que la force est attractive.

IV.1.2 Pesanteur

La force qui nous maintient à la surface de la terre est la force de pesanteur, plus communément appelée le poids. Elle est due à la présence du champ d'accélération gravitationnel terrestre, plus connu sous le nom de champ de pesanteur, et que l'on désigne généralement par \vec{g} . Ce champ n'est ni constant dans le temps, ni uniforme sur toute la surface de la terre. Les raisons à cela sont multiples et nous n'allons pas les analyser toutes en détail dans ce cours. Il est toutefois intéressant de voir (succinctement) de quoi est fait ce champ de pesanteur afin de mieux comprendre cette force, qui est le poids. Pour cela, on analyse les raisons des variations de \vec{g} .

La terre, du fait de sa masse, produit en tout point de sa surface, une force gravitationnelle dirigée vers son centre (voir chapitre IV.1). Cette force est uniformément répartie si l'on omet le fait que la terre n'est pas tout à fait ronde. Bien évidemment, tous les corps à la surface de la terre exercent entre eux une attraction, mais celle-ci est tellement faible comparée à celle que la terre exerce sur nous, qu'on la néglige. Par contre, l'influence des autres astres, à la surface de la terre, n'est pas tout à fait négligeable. Néanmoins, leur force, du fait de leur éloignement, est beaucoup plus petite que celle de la terre. Le phénomène des marées est là pour témoigner de cette influence. En effet, si l'on s'intéresse à l'influence d'un astre quelconque, en

STATIQUE

révolution autour de la terre, on démontre que tout se passe comme si le plan méridien, perpendiculaire à la direction terre-astre, exerce un champ de force de répulsion à la surface de la terre. Ce champ de répulsion est représenté par les flèches en trait gras sur la figure IV.2.

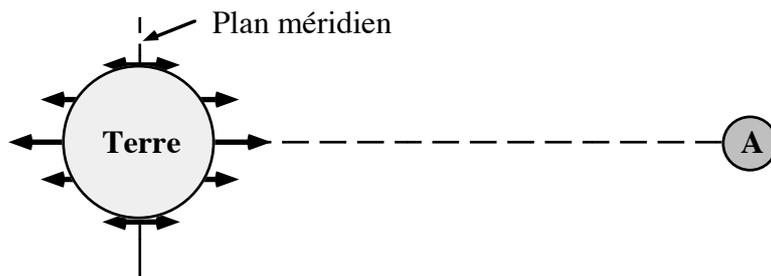


Figure IV.2 On représente, ici, le champ de gravitation produit, sur la surface de la terre, par un astre (lune) en révolution autour d'elle et contenu dans son plan équatorial.

Ce champ de force permet d'expliquer l'existence de deux marées quotidiennes que la lune produit sur la terre. Il prouve donc la variation de \vec{g} avec le temps. Si l'on veut se rapprocher encore plus de la réalité, on doit rajouter l'influence du soleil afin d'expliquer le phénomène des marées de vive-eau et celles de morte-eau. C'est ce que l'on fait sur la figure suivante.

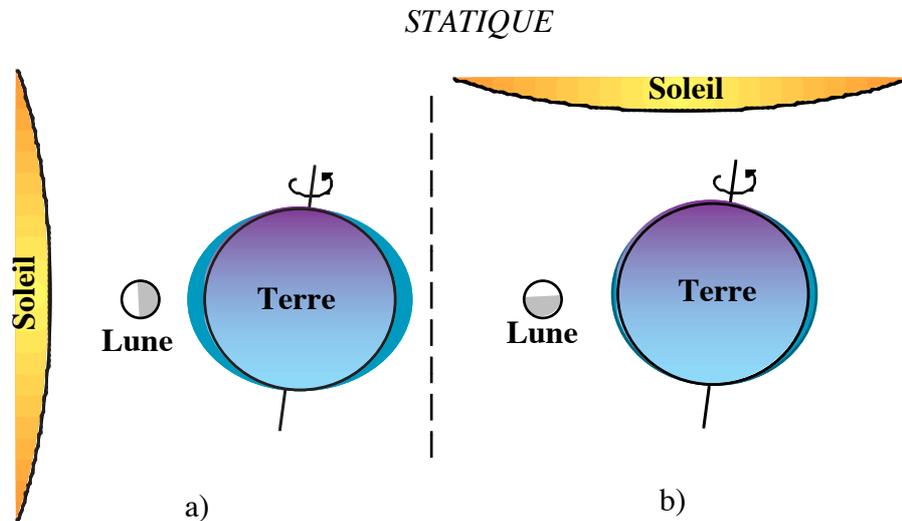


Figure IV.3 a) L'effet du soleil s'ajoute (cas a)) à celui de la lune ou alors se retranche (cas b)).

Les effets de la lune et du soleil se combinent pour s'ajouter ou au contraire s'opposer. Ils s'ajoutent lorsque les trois astres sont alignés, c'est à dire à la pleine et à la nouvelle lune (vive-eau). Ils s'opposent lorsque la direction terre-lune est perpendiculaire à la direction terre-soleil (morte-eau). Quoiqu'il en soit, l'influence de la lune est à peu près 2 fois supérieure à celle du soleil.

La rotation de la terre autour de son axe est une autre raison importante qui engendre la non-uniformité du champ de pesanteur. En effet, cette rotation induit une force centrifuge* qui s'oppose partiellement à l'attraction terrestre. L'intensité de cette force varie avec la latitude du point considéré. Ainsi, alors qu'une personne située exactement aux pôles ne subit aucun déplacement, une autre située à l'équateur aura effectué un grand déplacement (le périmètre de la terre à l'équateur = 40000 km). La personne située au pôle ne subit pas de

* Cette force centrifuge est identique à la force que l'on ressent lorsque l'on est dans une voiture négociant un virage à vive allure. Cette force a tendance à nous pousser vers l'extérieur du virage.

STATIQUE

force centrifuge tandis qu'à l'équateur cette force centrifuge est maximale.

Afin de fixer un peu les idées, on donne ici quelques unes des valeurs de g , obtenues par addition de l'accélération centrifuge à l'accélération gravitationnelle terrestre. Au pôle $g = 9.83 \text{ ms}^{-2}$, à l'équateur $g = 9.78 \text{ ms}^{-2}$ au niveau de la Tunisie $g = 9.799 \text{ ms}^{-2}$. On a négligé, pour le calcul de ces valeurs, l'effet des autres astres. On note à travers ces valeurs que le plus grand écart est de 5%.

Ce qu'il faut retenir pour ce cours c'est que, bien que ce champ de pesanteur soit la résultante de plusieurs facteurs, il apparaît raisonnable de le considérer constant et uniforme. Il a la dimension d'une accélération qui est dirigée vers le centre de la terre, avec une valeur moyenne proche de 9.8 ms^{-2} .

IV.1.3 Poids

D'après le deuxième principe de la dynamique, la présence du champ de pesanteur implique que tout corps massique est soumis à une force qui est son poids. D'après les caractéristiques de \vec{g} , précédemment décrites, cette force est verticale dirigée vers le bas. L'expression de cette force, que l'on note \vec{P} , est

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

L'unité du poids dans le S.I. est le Newton (N) et non le kg, comme on l'utilise dans la vie courante. La variation du poids, qui est fonction de la position où s'effectue la mesure, est due à la variation de g et non à celle de la masse. Le kg est l'unité servant à mesurer la masse dont la valeur est constante.

IV.1.4 Centre de masse ou centre d'inertie

Comment s'applique le poids sur un objet ? Pour répondre à cette question, considérons un corps possédant une extension spatiale et

STATIQUE

soumis uniquement à la force de pesanteur. Comme dans la pratique, on utilise des corps dont les dimensions sont négligeables par rapport à celles de la terre, il est tout à fait raisonnable de considérer \vec{g} uniforme sur tout leur volume. Imaginons maintenant un découpage du corps en petits éléments de volume dV , comme cela est représenté sur la figure suivante.

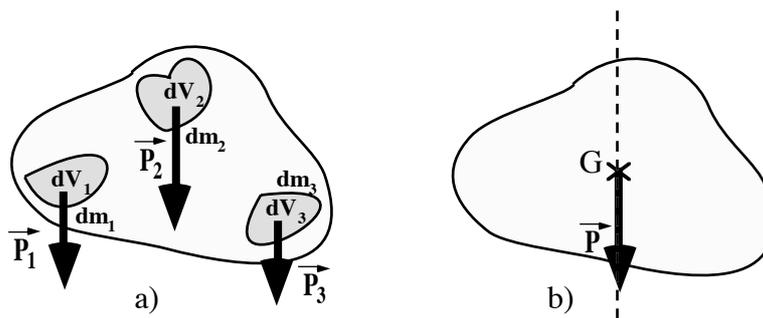


Figure IV.4 Par définition, le centre de masse, de l'objet représenté ici, est l'endroit où la résultante de tous les \vec{P}_i ne provoque pas sa rotation. Cette définition définit en fait un axe vertical et pas seulement un point.

Chacun des éléments, aussi petites soient-ils, subit l'accélération \vec{g} et donc son poids associé à sa masse dm . L'objet est donc soumis à un ensemble de forces parallèles formé par le poids de chacun des éléments. Cependant, il existe un endroit particulier du corps pour lequel la résultante, de toutes ces forces (qui peuvent être une infinité si l'élément de volume découpé est infiniment petit), n'a pas tendance à faire tourner le corps autour de lui même. Cet endroit définit le centre de masse (ou encore centre d'inertie) du corps qui sert de point d'application pour définir son poids global. Pour localiser cet endroit, on dispose de deux méthodes. La première est de résoudre la condition de l'équilibre de rotation qui s'énonce de la façon suivante : la somme des moments de tous les éléments de forces par rapport au centre de masse est nulle. La deuxième est d'utiliser la définition du barycentre.

STATIQUE

Avant de décrire ces deux méthodes, il est utile de distinguer deux types de systèmes. Les systèmes composés d'objets multiples, disjoints les uns des autres. Dans ce cas, on parle de système discret. L'autre cas est celui d'un système composé d'un seul corps. Dans ce cas, on parle de système continu.

a) Système matériel discret

On considère, ici, le système formé par trois objets disjoints A_1 , A_2 et A_3 de masse respective m_1 , m_2 et m_3 , représenté sur la figure suivante.

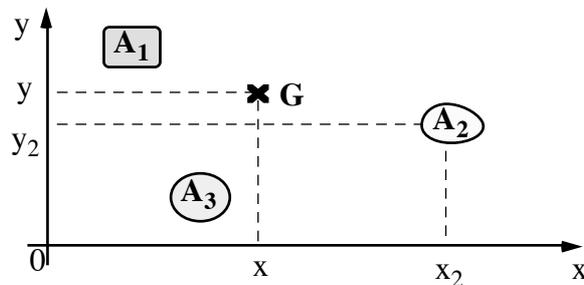


Figure IV.5

On suppose que la taille de ces objets est suffisamment petite, par rapport aux dimensions du système, de sorte que l'on peut les considérer comme des corps ponctuels. On utilise, pour les situer, un repère dont l'axe des abscisses est l'horizontale. On rappelle que la verticale, sur terre, est définie par la direction de \vec{g} . Ainsi le corps A_1 se situe en (x_1, y_1) , le corps A_2 est à (x_2, y_2) et le corps A_3 (x_3, y_3) .

- Calcul du centre masse à partir de la définition du barycentre
La relation donnant la position du barycentre d'un système s'écrit:

$$\sum_i m_i \cdot \vec{GA}_i = \vec{0} \quad \text{IV.1}$$

STATIQUE

On désigne, dans tout ce qui suit, par (x_G, y_G) les coordonnées de ce barycentre. Après projection de l'équation IV.1 sur les axes du repère, on obtient le système suivant

$$\begin{aligned} m_1 (\overline{x_G - x_1}) + m_2 (\overline{x_G - x_2}) + m_3 (\overline{x_G - x_3}) &= 0 \\ m_1 (\overline{y_G - y_1}) + m_2 (\overline{y_G - y_2}) + m_3 (\overline{y_G - y_3}) &= 0 \end{aligned} \quad \text{IV.2}$$

On va voir, à travers la résolution de la condition d'équilibre de rotation, que seule la première équation est utile pour la détermination de la position du centre de masse.

- Calcul du centre de masse à partir de la condition d'équilibre de rotation

Écrivons que la somme des moments des forces par rapport à G est nulle

$$\sum_i \vec{M}_{\vec{P}_i/G} = \vec{GA}_1 \times \vec{P}_1 + \vec{GA}_2 \times \vec{P}_2 + \vec{GA}_3 \times \vec{P}_3 = \vec{0} \quad \text{IV.3}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{pmatrix} \overline{x_G - x_1} \\ \overline{y_G - y_1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -P_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overline{x_G - x_2} \\ \overline{y_G - y_2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -P_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overline{x_G - x_3} \\ \overline{y_G - y_3} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -P_3 \end{pmatrix} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1 (\overline{x_G - x_1}) + P_2 (\overline{x_G - x_2}) + P_3 (\overline{x_G - x_3}) = 0 \\ 0 * (\overline{y_G - y_1}) + 0 * (\overline{y_G - y_2}) + 0 * (\overline{y_G - y_3}) = 0 \end{cases}$$

La projection sur l'axe horizontal redonne l'équation IV.2 après simplification par g. Par contre, la projection sur l'axe vertical montre que y_G est indéterminé puisqu'on aboutit à $0 * y_G = 0$. Cela signifie que le centre de masse peut être situé sur n'importe quel point d'un axe vertical passant par l'abscisse du barycentre.

STATIQUE

b) Système matériel continu

La recherche du centre de masse, pour un système composé d'un seul corps, n'est pas toujours évidente. La forme géométrique et la non homogénéité rendent parfois le calcul impossible sans quelques manipulations et approximations préalables. En ce qui concerne la géométrie, nous avons déjà montré, à travers l'exemple de la figure III.5.d), comment procéder afin de simplifier les calculs. Pour ce qui est de la non homogénéité, on admet généralement qu'un corps est homogène lorsque les matériaux le composant se répartissent de façon uniforme. Lorsque les matériaux sont répartis de façon distincte, comme c'est le cas lorsque l'on associe des objets pour n'en faire qu'un, il convient alors de diviser le corps en autant de sous-objets qu'il y a de matériaux.

Les simplifications faites transforment le système initial, composé d'un seul corps non homogène et de forme complexe, en un système composé de plusieurs corps homogènes et de forme simple, collés les uns aux autres. La figure suivante décrit, dans le cas d'une dalle supportant un talus de terre avec sa végétation, une telle transformation.

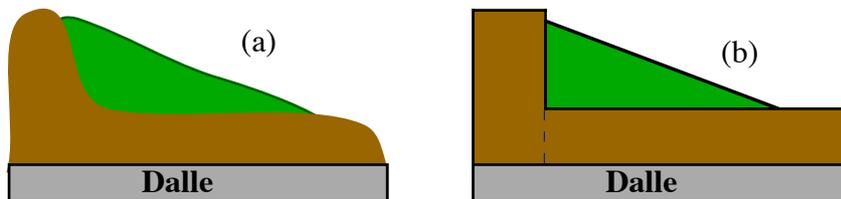


Figure IV.6 Le schéma (a) décrit une dalle supportant un talus de terre avec sa végétation tel qu'on peut le trouver dans la réalité. Le schéma (b) indique le modèle simplifié servant au calcul du centre de masse.

Dans le cas illustré sur la figure IV.6, l'objet étudié se compose de terre et de végétation. Le modèle simplifié (figure IV.6 (b)) conduit à 2 rectangles de terre plus un triangle de végétation. Supposons que l'on connaisse la position du centre de masse pour chacun des 3 éléments, on utilise alors la formule IV.2 pour le calcul du centre de

STATIQUE

masse de tout le corps. En effet, tout se passe comme si il s'agissait d'un système discret. Toutefois, une différence fondamentale subsiste avec les systèmes discrets. Elle est due au fait que la taille des sous-objets n'est plus négligeable par rapport à la taille de l'ensemble du système.

Lorsque la position du centre de masse n'est pas connue il est possible de le calculer. On développe, dans ce qui suit, le calcul détaillé du centre de masse pour des objets homogènes et de forme simple. On se limite ici à des corps à deux dimensions. On suppose, dans une première approximation, que toutes les formes peuvent être modélisées par le rectangle, le triangle et l'arc de cercle.

Considérons une nouvelle fois le repère (Oxy) . La méthode consiste à découper l'objet en tranches infinitésimales dans le sens du poids. On définit alors des tranches d'épaisseur dx . Le poids de ces tranches dépend bien évidemment de leur hauteur qui peut être variable comme c'est le cas pour le triangle ou le cercle. Ainsi, le poids de l'objet est décrit par une fonction de x qui n'est autre que la charge linéique multipliée par l'épaisseur de la tranche soit dx . Supposons que la longueur de l'objet, dans la direction horizontale, est L ou R pour l'arc de cercle. Désignons par $q(x)$ la charge linéique. La position du centre de masse est alors définie par la relation,

$$\int_0^L (x_G - x) q(x) dx = 0 \quad \text{IV.4}$$

Dans cette expression, x_G est la position du centre de masse sur l'axe horizontal et x la variable d'intégration. Cette équation est identique à l'équation IV.2, sauf que la somme discrète Σ a été remplacée par la somme continue \int (plus connue sous le nom de signe intégrale), et que la variable discrète x_i est remplacée par la variable continue x .

STATIQUE

Appliquons alors l'équation IV.4 au rectangle au triangle et à l'arc de cercle. On les décrit à l'aide de la fonction $q(x)$ en trait gras sur la figure.

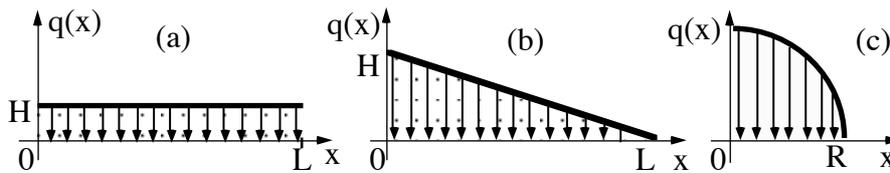


Figure IV.7 On décrit ici les trois géométries de bases servant à modéliser les formes complexes. Elles sont décrites par la fonction $q(x)$ (en trait gras sur la figure)

Ainsi, pour le rectangle, $q(x)$ est constant et vaut la hauteur du rectangle. Portons cette valeur dans l'équation IV.4 et sortons la du signe intégrale, il reste à calculer

$$\int_0^L (x_G - x) dx = 0$$

qui conduit au résultat bien connu $x_G = L/2$

En ce qui concerne le triangle, la fonction $q(x)$ est linéaire, valant H pour $x = 0$ et 0 pour $x = L$ (voir figure IV.7 (b)). La fonction répondant à ces conditions a l'expression suivante

$$q(x) = H - x \cdot H/L$$

On remplace $q(x)$ par son expression dans l'équation IV.4. On doit alors calculer l'intégrale

STATIQUE

$$\int_0^L (x_G - x) \left(H - \frac{H}{L} x \right) dx = 0 \quad \Rightarrow x_G = L/3$$

Pour l'arc de cercle de rayon R (figure IV.7.(c)), la charge linéique s'écrit

$$q(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$$

La résolution de l'équation IV.4 (voir annexe B) conduit cette fois à

$$x_G = 4 R / (3 \pi)$$

IV.2 Forces de contact ou réactions d'appuis

De façon générale, les appuis s'opposent aux forces provoquant la mise en mouvement des objets. Nous avons vu que les conditions de la statique conduisent, pour des problèmes plan, à un système de trois équations. Les deux premières traduisent l'équilibre de translation selon les axes du repère, et la troisième, qui se trouve sur l'axe perpendiculaire au plan, traduit l'équilibre de rotation.

Lorsque les réactions introduisent trois inconnues, le système n'admet qu'une solution. Il est, dans ce cas, isostatique. Lorsque les actions introduisent plus de trois inconnues, le problème est mathématiquement indéterminé. Le système est dit hyperstatique. Pour lever l'indétermination, on a besoin d'équations supplémentaires qui sont fournies par la RDM. On ne s'intéresse cette année, qu'à des systèmes isostatiques.

Les appuis réels sont, d'un point de vue microscopique, des systèmes de forces complexes (voir figure III.2). On peut cependant modéliser ces réactions à l'aide de système de forces simples. On passe en revue, dans ce chapitre, les différents types d'appuis

STATIQUE

fréquemment rencontrés en développant les modèles utilisés pour les décrire mathématiquement.

IV.2.1 Force de frottement

Les forces de frottement ont pour effet de s'opposer au déplacement relatif de deux corps se trouvant en contact. Ces forces sont parallèles aux surfaces. On les désigne par " R_t " (réaction tangentielle). Elles dépendent d'une part, de la force normale joignant les deux corps, que l'on désigne " R_N " (réaction normale), et d'autre part, de la nature des surfaces en contact. Le matériau constituant le corps et la rugosité des surfaces sont les principaux paramètres définissant la nature de la surface. Ces deux paramètres sont pris en compte, dans le bilan des forces, par un coefficient, que l'on note μ . La force de frottement peut alors se mettre sous une forme simple :

$$R_t = \mu R_N$$

a) Frottements statiques

Le frottement statique intervient entre surfaces immobiles, l'une par rapport à l'autre.

Ainsi, lorsqu'une force croissante est appliquée à un objet maintenu en équilibre par un appui, la force de frottement statique, entre les deux surfaces en contact, croît dans le même temps pour s'opposer au déplacement de l'objet.

Cette force ne peut dépasser une valeur limite. On désigne par " R_{tmax} " cette valeur maximale. Ceci implique que pour une valeur limite de la force appliquée, la réaction due au frottement n'est plus suffisante pour empêcher la mise en mouvement de l'objet. Ceci se traduit, pour l'expression de la force de frottement par l'inégalité :

$$R_t \leq R_{tmax} = \mu_s R_N$$

STATIQUE

b) Frottements dynamiques

Lorsque les deux objets sont en mouvement relatif l'un par rapport à l'autre, une force de frottement persiste et réduit la vitesse de déplacement. Les frottements dans ce cas sont dits dynamiques. Leur expression est la suivante;

$$R_t = \mu R_N.$$

Ces forces ont une valeur qui est ordinairement inférieure au maximum atteint par la force de frottement statique.

IV.2.2 Appuis simples

L'appui simple représente les réactions mises en jeu lorsque l'on pose un objet sur un autre. Dans ce cas, la réaction est décrite par une force dont la direction et le point d'application sont connus, la direction étant bien sûr la normale à la surface de contact. Il ne reste plus alors qu'à déterminer l'intensité de la force.

Cette réaction est désignée par différents symboles. On montre ici quelques uns de ces symboles.

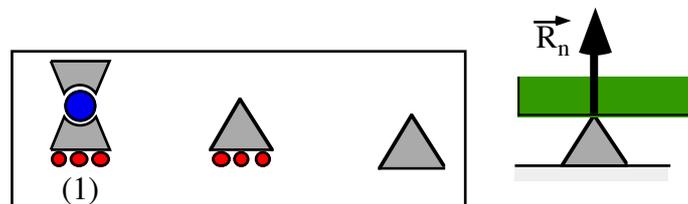


Figure IV.8 Dans l'encadré figure différents symboles. Le symbole (1) explicite mieux les degrés de liberté permis que les 2 autres.

Cet appui permet 2 degrés de liberté : la translation, de la structure étudiée (en vert sur la figure IV.8), par rapport à la surface d'appui, et la rotation autour du point d'application. C'est typiquement la situation que l'on rencontre lorsqu'on pose un objet sur un pivot.

STATIQUE

IV.2.3 Appuis articulés

L'appui articulé, également appelé appui double, modélise toutes les liaisons réalisées à l'aide d'une articulation. Contrairement à l'appui simple, on ne connaît pas la direction de la force. Donc, cette fois, on doit déterminer deux inconnues, qui sont l'intensité et la direction.

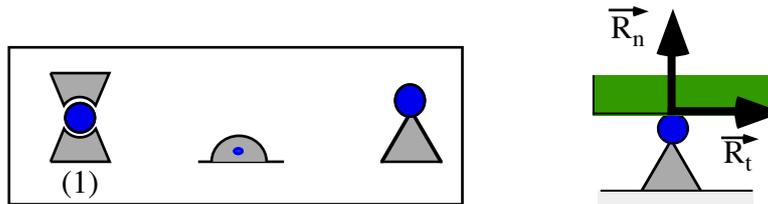


Figure IV.9 Dans l'encadré figure différents symboles. Comme pour la figure IV.8 le symbole (1) explicite les degrés de liberté permis. Le dernier schéma montre la réaction.

Cet appui permet 1 degré de liberté, la rotation autour du point d'application. Il est commode de décomposer cette réaction en une composante normale à la surface d'appui et une composante parallèle à cette surface (voir figure IV.9).

IV.2.4 Encastrements

Comme son nom l'indique, l'encastrement est obtenu en emboîtant la structure étudiée. Dans ce cas, ni la direction ni le point d'application de la force ne sont connus. La méconnaissance du point d'application est due au fait que chaque côté de l'encoche oppose des réactions. En effet, si l'on regarde en détail le contact entre les deux objets (voir le symbole (1) sur la figure suivante), on remarque que chacun des côtés oppose des réactions différentes réparties sur toute la surface de contact. La conséquence de l'ensemble des réactions produites, qui fait tout l'intérêt de ce type d'appui, est d'empêcher toute rotation de la structure. En d'autres termes, il produit un moment contraire aux moments imposés à la structure que l'on appelle moment d'encastrement. Ainsi, pour définir la réaction, on doit déterminer trois

STATIQUE

inconnues qui sont, l'intensité, la direction, et le moment d'encastrement.



Figure IV.10 Dans l'encadré figure différents symboles. On voit sur le symbole (1), que même la rotation n'est plus permise. Le dernier schéma montre la réaction.

Cet appui ne permet aucun degré de liberté. Cette réaction se décompose en trois éléments qui sont, la réaction normale à la surface d'appui, la réaction parallèle à cette surface et le moment d'encastrement (voir figure).

On peut dire, en guise de conclusion concernant les forces de contact, que le point important dans la description d'une liaison réaliste réside dans le choix de l'appui théorique qui le modélisera le plus fidèlement possible.

Partie II : RDM

I Introduction

La différence essentielle entre la statique et la Résistance Des Matériaux (RDM) est liée à la déformabilité des corps. En effet, pour la statique, et contrairement à la RDM, les corps sont supposés indéformables, c'est à dire qu'ils ont une rigidité infinie. Dans la pratique il n'existe pas de rigidité infinie, et des déformations apparaissent inévitablement avec le temps. Il faut donc tenir compte du paramètre temps dans la recherche de l'équilibre.

Les conditions établies par la statique sont insuffisantes pour prévoir ces déformations. L'objectif de la RDM est d'atteindre l'équilibre élastique, qui permet de prévenir ces déformations et assure la meilleure stabilité. En résumé, on peut dire que la RDM étudie l'évolution temporelle de l'équilibre statique.

L'étude de l'équilibre élastique passe par la connaissance des forces à l'intérieur de la matière. Supposons que l'on applique une charge sur une région d'un solide, la structure microscopique au voisinage de cette région va se déformer. Le travail des forces intérieures consiste à limiter, voir arrêter, la propagation de la déformation. Cet équilibre révèle, à travers le champ de force appliqué, la résultante interne des sollicitations externes.

D'un point de vue pratique, la RDM définit les caractéristiques mécaniques de tout type de pièces telle que la limite d'élasticité ou le taux de travail limite ou simplement la rigidité. Celles-ci sont utiles pour le calcul des dimensions assurant la meilleur stabilité d'une structure quelconque. Ces caractéristiques sont obtenues à travers l'analyse de très petites déformations qui, dans certains cas, ne sont pas perceptibles à l'oeil nu. On a d'ailleurs recourt à des machines dont le principe consiste à amplifier artificiellement ces déformations, comme par exemple l'extensomètre mécanique de Huggenberger.

RDM

Ce chapitre se divise en deux parties. La première introduit les contraintes et les comportements mécaniques à l'intérieur de la matière. La seconde présente les actions extérieures les plus communément rencontrées et les déformations qu'elles occasionnent.

II Forces internes et contraintes

La contrainte est la réponse interne aux sollicitations extérieures subies par un solide. Elle est au solide ce que la pression est au fluide. Elle a donc la dimension d'une pression et s'exprime dans le système international en Nm^{-2} . Le daN cm^{-2} est souvent employé. Afin de mettre en évidence ces contraintes, on utilise le principe d'équivalence décrit ci-après.

II.1 Principe d'équivalence

II.1.1 Description

Dans un solide en équilibre sollicité par des forces extérieures et par son propre poids, un point intérieur quelconque est en équilibre sous l'action des forces intérieures. Afin de les visualiser, imaginons la coupe d'un solide effectuée suivant un plan P de direction quelconque.

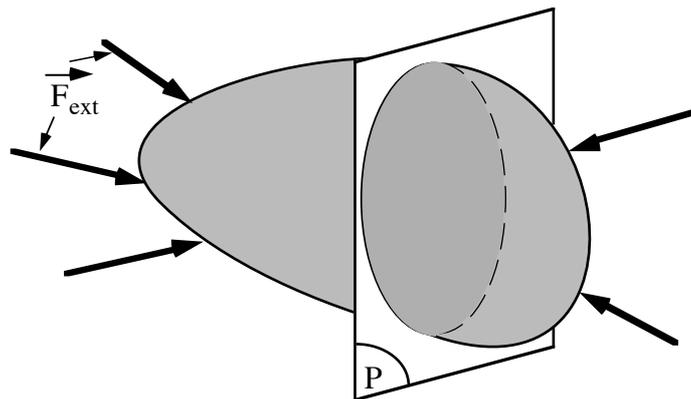


Figure II.1 La patate en gris est en équilibre sous l'action d'un ensemble de forces extérieures quelconques \vec{F}_{ext} . Le plan P la découpe en deux parties.

RDM

On distingue alors deux parties que l'on désigne par (A) et (B) sur le schéma suivant.

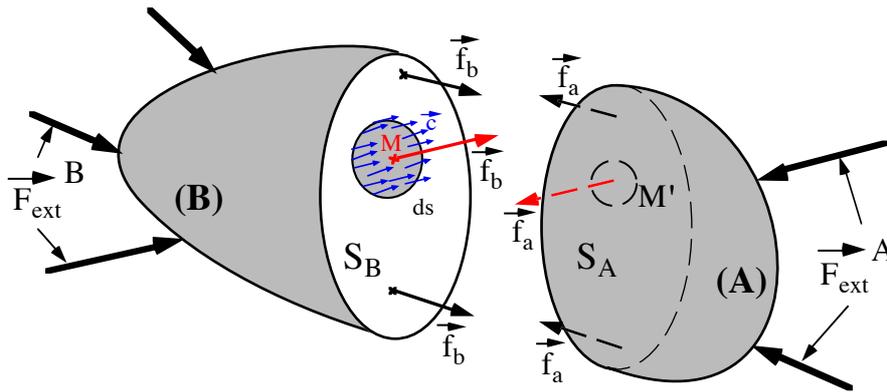


Figure II.2 La distribution de force \vec{f}_b appartenant à la surface S_B s'applique sur la surface S_A comme un système de forces extérieures de même que la distribution de force \vec{f}_a de S_A s'applique sur la surface S_B .

Dissocions par la pensée ces deux parties, et intéressons-nous à la partie (A). On peut dire que (A) est en équilibre sous l'action des forces extérieures initialement appliquées, plus les forces exercées par la surface S_B sur la surface S_A . Ces dernières sont considérées, maintenant, comme des actions extérieures. Considérons ainsi un point quelconque (M) de S_B et l'élément de surface ds entourant ce point. Soit M' le point de S_A initialement superposé à M. La contrainte \vec{c} (Nm^{-2}), identique sur toute la surface ds , produit une force au point M' égale à \vec{f}_b .

De plus, les forces extérieures initialement appliquées à (A) exercent également un moment. Cela signifie que la surface S_B exerce un moment opposé sur S_A pour assurer l'équilibre de rotation de (A). On raisonne de la même façon pour (B).

Le système suivant décrit l'équilibre statique de (A)

RDM

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum \vec{F}_{\text{ext}}^A + \sum_{S_B} \vec{f}_b = \vec{0} \quad \text{(I)} \\ \sum \vec{M}_{\vec{F}_{\text{ext}/0}}^A + \sum_{S_B} \vec{M}_{\vec{f}_b/0} = \vec{0} \quad \text{(II)} \end{array} \right. \quad \text{II.1}$$

L'indice A désigne les forces extérieures s'exerçant sur (A). La première équation décrit l'équilibre de translation et la seconde l'équilibre de rotation. Le point O est un point quelconque de la surface servant de point référence pour le calcul des moments. Le deuxième terme de la première équation est la résultante de la distribution des forces intérieures \vec{f}_b appartenant à la surface S_B . Le deuxième terme de la seconde équation est le moment résultant des moments produits par ces mêmes forces \vec{f}_b . La somme pour chacun de ces deux termes se fait sur l'ensemble des points (ou élément de surface ds) décrivant la section S_B . On obtient un système similaire pour la partie (B).

Les actions exercées par chacune des parties sur l'autre, répondent au troisième principe de Newton. Les forces sur chacune des deux surfaces sont donc égales et opposées. Ainsi, en faisant la somme des équations (I) correspondant à chacune des deux parties, on retrouve l'équilibre de translation des forces extérieures appliquées au système dans son ensemble ((A) + (B)). De même que, pour satisfaire l'équilibre de rotation de tout le système, il faut que les deux moments résultants soient égaux et opposés.

II.1.2 Contraintes

Comme on l'a dit précédemment, les équations II.1 fournissent seulement la résultante interne de la résultante des forces extérieures et de leur moment. Bien évidemment, l'idéal serait de connaître la distribution des forces sur tous les points de la section. Or, comme le champ de force exercé par S_B sur S_A varie continûment d'un point à

RDM

l'autre de la surface, il existe donc une infinité d'inconnues. Il est alors impossible de connaître la force exercée par chacun de ces points. On ne connaît donc pas la distribution exacte de ces forces.

On peut cependant s'en approcher en réduisant le nombre d'inconnues. Pour cela, on ne considère plus des points, mais des éléments de surface 'ds' entourant ces points (voir figure II.2). De cette manière, la section peut être découpée en un nombre fini d'éléments 'ds'. On remplace ensuite, pour chacun de ces éléments de surface, la distribution de force par une force concentrée dont le point d'application est le centre de la surface ds.

La taille de ces éléments va dépendre du taux de variation de la distribution des forces. Plus les variations sont importantes et plus la taille de ces éléments sera petite et inversement. Il arrive parfois, moyennant certaines approximations, que l'action est constante sur toute la section. C'est le cas, par exemple, pour les sollicitations imposées aux poutres. Dans ce cas, il n'y a besoin que d'un seul élément dont la taille est la surface totale de la section. On associe, à ces éléments de surface, une force surfacique, qui multipliée par ds, donne la force exercée par cet élément de surface. Cette grandeur, qui a la dimension d'une pression, est appelée contrainte. On a représenté sur la figure II.2 la contrainte \vec{c} avec la force qui lui est associée \vec{f}_b pour un élément de surface ds entourant un point quelconque M de S_B .

Réécrivons maintenant le système II.1 en introduisant cette fois les contraintes et en projetant le système d'équation sur un repère local. On définit ici les caractéristiques de ce repère local dont on donne une représentation dans la figure II.4. On choisit généralement comme point origine le centre de masse de la section S_B que l'on désigne par G. On prend pour l'axe des x la normale à la surface portée par le vecteur unitaire \vec{n} , et pour l'axe des y la tangente à la surface portée par le vecteur unitaire \vec{t} . Le plan définit par les deux axes du repère doit bien évidemment contenir l'ensemble des forces s'appliquant au système.

RDM

Rappelons, à cette occasion, que l'ensemble des problèmes traités cette année sont des problèmes à deux dimensions. Cela signifie que toutes les forces extérieures possèdent seulement deux composantes. On s'arrange alors pour que le repère local inclue ces deux composantes. En conséquence de cela, le moment des forces a une composante normale au plan du repère. En distinguant chacun des éléments de surface ds par un indice i , on aboutit finalement au système suivant

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum \overline{F_{\text{ext}}^A}_{/x} + \sum_i \overline{v}_i ds_i = 0 \quad (x) \\ \sum \overline{F_{\text{ext}}^A}_{/y} + \sum_i \overline{\tau}_i ds_i = 0 \quad (y) \\ \sum \overline{M_{\text{Fext/G}}^{\rightarrow A}} + \sum_i \overline{y}_i \overline{v}_i ds_i = 0 \quad (z) \end{array} \right. \quad \text{II.2}$$

où v_i est la composante normale de \vec{c}_i , et τ_i est sa composante tangentielle. On a choisi ici comme point de référence pour le calcul des moments le centre de masse G de la surface S_A . On obtient un système équivalent pour la partie (B).

Ces trois équations ne suffisent pas pour déterminer le nombre important d'inconnues de ce système (représenté par les v_i et τ_i). Nous étudions dans le chapitre II.2 les approximations nécessaires pour lever cette indétermination. Pour simplifier ce travail, on limite notre étude aux solides présentant la forme d'une poutre.

II.1.3 Application à la poutre

Afin d'établir les résultats généraux de la RDM, la théorie s'appuie essentiellement sur des corps solides présentant la forme des poutres. Cet objet est un élément incontournable pour la construction des édifices. En effet, on trouve des poutres dans tous les secteurs du bâtiment (menuiserie, maçonnerie, métallurgie, ...).

RDM

De façon générale, une poutre est un solide long par rapport à sa section transversale. La forme de la section peut être quelconque. Ses dimensions peuvent varier suivant la longueur mais de façon lente et continue. Le lien des centres de masse de toutes les sections constitue une ligne appelée ligne moyenne ou fibre moyenne. Cette ligne peut être droite ou courbe.

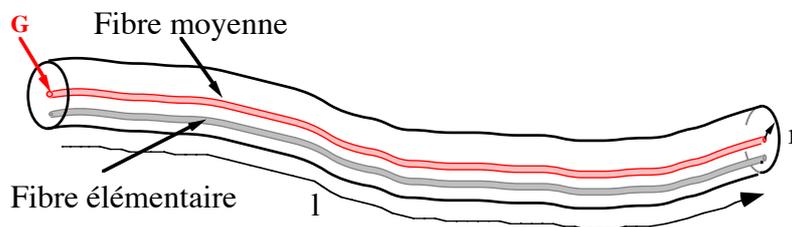


Figure II.3 Poutre quelconque de longueur l et de rayon r . La ligne rouge passant par G représente la fibre moyenne joignant le centre de masse de toutes les sections. La ligne en dessous est une fibre : élémentaire quelconque.

Les équations établies en RDM donnent des résultats précis (erreur inférieure à 10%) si la longueur de la ligne moyenne est 10 fois supérieure à la plus grande dimension transversale et si la plus petite valeur du rayon de courbure* est supérieure à 10 fois la plus grande dimension transversale. Ces résultats sont à 30% près lorsque les proportions sont autour de 5. Les calculs théoriques supposent que ces corps sont homogènes et isotropes.

Pour simplifier les calculs présentés dans ce cours, on applique le principe d'équivalence aux poutres planes et droites. Ces poutres ont des sections rectangulaires et des lignes moyennes droites. Bien sûr, les résultats obtenus sont généralisables aux autres poutres, pourvu qu'elles respectent les critères cités plus haut.

* C'est le rayon du cercle qui épousera le mieux possible la courbure de la poutre.

RDM

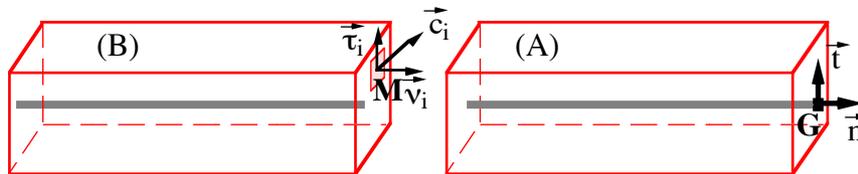


Figure II.4 On représente ici une découpe d'une poutre plane et droite. La ligne grise représente la ligne moyenne.

On travaillera, dans la suite du cours, avec le repère local qui a pour origine le centre de masse G de la section et pour vecteur de base le couple (\vec{n}, \vec{t}) . Les forces que l'on va étudier sont donc incluses dans le plan défini par ces deux vecteurs. On a placé le repère local (G, \vec{n}, \vec{t}) à l'extrémité droite de la figure pour éviter de surcharger la section étudiée.

II.2 Élasticité

L'élasticité est la propriété qu'a un matériau de revenir à sa forme initiale lorsque l'action qui a provoqué sa déformation cesse. Les déformations et les contraintes sont proportionnellement liées durant cette opération. Cette propriété n'est plus valable lorsque l'intensité de l'action dépasse une certaine valeur. Cette limite définit la limite d'élasticité. Au-delà de cette valeur, la déformation subsiste, on parle alors de déformation permanente.

Comme on l'a dit en introduction, les déformations élastiques sont généralement très faibles. Elles présentent néanmoins un grand intérêt d'un point de vue théorique car elles permettent de faire un grand nombre d'approximations simplificatrices. De plus, on extrait de leur étude un grand nombre d'informations sur les propriétés mécaniques des corps. Ainsi, des expériences en laboratoire permettent de définir des courbes caractéristiques pour différents types de pièces connues sous le nom de diagramme: des déformations. L'allure de ces courbes présente généralement la forme suivante

RDM

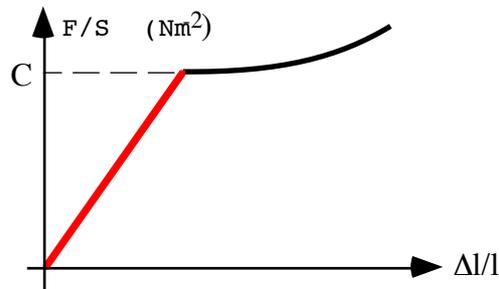


Figure II.5 Diagramme des déformations pour un barreau d'acier. On reporte en règle générale en abscisse l'allongement relatif de la pièce et en ordonnée la contrainte appliquée.

On réalise, durant les expériences, des mesures simultanées de la force appliquée et de l'allongement. Le comportement élastique de la pièce est clairement montré par la présence d'une droite en début de déformation, qui témoigne de la proportionnalité entre les contraintes et les déformations. La pente et la longueur de cette droite varient en fonction de la pièce étudiée.

Au-delà de la valeur C , mentionnée sur le diagramme et indiquant la valeur limite d'élasticité de la contrainte, l'allure de la courbe peut prendre différentes formes qui dépendent bien évidemment des pièces étudiées. On ne poussera pas plus loin, cette année, l'analyse de ces comportements. On se restreint dans la suite de ce cours aux déformations élastiques.

II.2.1 Domaine d'application

Les approximations faites, pour l'élaboration de la théorie de la RDM, s'énoncent sous forme de lois ou de principes. Elles permettent de lever l'indétermination des inconnues du système II.2.

a) Loi de Hooke

Sur une grande partie de la zone élastique le déplacement d'un point quelconque du matériau est proportionnel à la contrainte.

RDM

Cette loi permet donc d'établir une relation entre la déformation (déplacement) et la contrainte à l'origine de ce déplacement. Afin de conserver le caractère général de cette loi (indépendance vis à vis des dimensions caractéristiques des problèmes étudiés), il est préférable de considérer les déformations relatives. Désignons par $\vec{\delta}$ ces déformations relatives. La loi de Hooke s'exprime simplement par la relation,

$$\vec{c} = A * \vec{\delta} \quad \text{II.3}$$

où A est la constante de proportionnalité. De cette façon A a la même dimension que la contrainte, soit Nm^{-2} .

b) Loi de Navier-Bernoulli

La section reste identique à elle même, et reste normale à la fibre moyenne.

Cette loi signifie que la déformation d'une section droite se réduit à un simple déplacement géométrique.

c) Principe d'indépendance de l'effet des forces

Toute force agissant sur un corps déjà sollicité et déjà déformé produit les mêmes déformations et engendre les mêmes contraintes que si cette force agissait seule.

Ce principe est également appelé principe de superposition des effets élastiques des forces. On peut alors, lorsqu'un solide est soumis à un système complexe de forces, étudier séparément l'action de chacune des forces puis cumuler les résultats obtenus.

RDM

II.2.2 Taux de travail limite

Toutes les approximations faites précédemment vont permettre de sortir une valeur qui fixe la valeur de la charge à ne pas dépasser. En dessous de cette charge, la structure étudiée sera jugée stable, et pour une valeur supérieure à cette charge la structure va vers la rupture. On peut prendre théoriquement, la limite d'élasticité comme valeur pour le taux de travail limite. Toutefois, il est plus prudent de prendre une valeur légèrement plus faible car dans la réalité les choses sont plus complexes. En effet, des paramètres tel que l'usure des matériaux ou la qualité même de ces matériaux ne sont pas parfaitement connus.

Nous verrons dans le chapitre III comment ces approximations permettent de résoudre le système d'équation II.2 pour des sollicitations particulières.

II.2.3 Coefficients d'élasticité

La loi de Hooke permet de définir des paramètres caractéristiques des matériaux. Considérons le cas général pour lequel la contrainte à une composante normale ' ν ' à la section, et une composante tangentielle ' τ '. Dans ce cas, un point quelconque de la section va subir simultanément un déplacement normal à la section et un déplacement tangentiel. On distingue ces deux transformations en leur associant un coefficient d'élasticité différent.

a) Module d'Young

Le module d'Young est le coefficient d'élasticité longitudinal des corps. Il traduit l'élasticité dans le sens de la longueur de la poutre. Il exprime la proportionnalité entre la contrainte normale à la section et la déformation normale qu'elle engendre. On le désigne généralement par la lettre E. Projetons l'équation II.3 sur l'axe des x, il vient alors

$$E = \nu / \delta_n \qquad \text{II.4}$$

RDM

où δ_n est la déformation relative normale à la section.

b) Module de Coulomb

Le module de Coulomb, appelé également module de cisaillement, est le coefficient d'élasticité transversal des corps. Il décrit la proportionnalité entre les contraintes tangentielles et les déformations associées. On le désigne généralement par la lettre G . La projection sur l'axe des y de l'équation II.3 conduit à la relation.

$$G = \tau / \delta_t \quad \text{II.5}$$

où δ_t est la déformation relative dans le plan de la section.

II.2.4 Équation d'équarrissage

Les équations de la statique (équation II.2) associées aux lois de Hooke (équation II.4 et équation II.5) et de Navier-Bernoulli forment un système d'équations appelé "équations d'équarrissage". C'est à partir de ce système que l'on calcule la distribution des contraintes aux différents points de l'objet étudié. Une fois la distribution des contraintes déterminée, il est possible de dessiner les déformations produites à partir des lois de Hooke.

III. Forces externes

On se limite, comme on l'a fait dans le cours de statique, à l'équilibre de systèmes de forces appartenant toutes à un même plan et dont le moment est perpendiculaire à ce plan (problème à deux dimensions).

III.1 Réduction des forces externes

La réduction des forces consiste à remplacer le système des forces appliquées à un corps, par la force résultante appliquée en un point référence et par le moment résultant de la somme des moments des forces par rapport à ce même point. Dans le cas du principe d'équivalence, énoncé au chapitre II.1, cette réduction va se faire au niveau de la section étudiée. Elle concerne toutes les forces extérieures appliquées à droite ou à gauche de la section. Ce choix dépend du choix de la portion de poutre étudiée.

Il est commode de choisir comme point de référence le centre de masse de la section considérée. La projection de cette force résultante et de ce moment résultant sur le repère local $(G, \vec{n}, \vec{t}, \vec{k})$ forme trois grandeurs connues sous le nom d'effort normal, effort tranchant et moment fléchissant. Le vecteur \vec{k} est le vecteur unitaire normal aux deux premiers et forme avec eux un trièdre direct (voir rappel à la fin du document).

On se propose de donner, dans ce qui suit, l'expression de ces trois grandeurs en fonction des forces extérieures. Pour cela, considérons l'exemple de la poutre droite représentée sur la figure II.4, et appliquons à la partie (A) de cette poutre trois forces quelconques comme cela est indiqué sur la figure suivante.

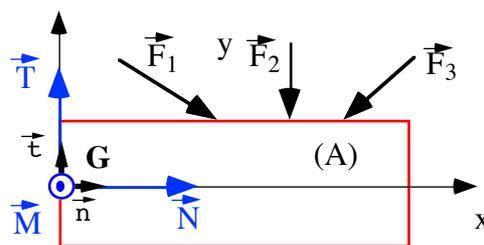


Figure III.1 On soumet la portion de poutre (A) de la figure II.4 aux trois forces \vec{F}_1 , \vec{F}_2 et \vec{F}_3 .

RDM

La réduction de ces 3 forces au centre de masse de la section analysée conduit aux efforts \vec{N} , \vec{T} et au moment fléchissant \vec{M} . Bien sûr, la partie (B) est soumise dans le même temps à un ensemble de forces s'opposant à l'action de ces trois forces afin d'assurer l'équilibre de toute la poutre.

III.1.1 Effort normal

L'effort normal est égal à la projection de la résultante sur l'axe de la poutre. Il correspond au premier terme de la première équation du système II.2. On le désigne généralement par le vecteur \vec{N} .

$$\vec{N} = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{3x}$$

où \vec{F}_{1x} , \vec{F}_{2x} et \vec{F}_{3x} sont les composantes axiales des trois forces.

III.1.2 Effort tranchant

L'effort tranchant est égal à la projection de la résultante sur l'axe tangentiel porté par \vec{t} . Il correspond au premier terme de la seconde équation du système II.2. On le désigne généralement par le vecteur \vec{T} . Son expression, dans le cas de la figure III.1 est donnée par la formule suivante

$$\vec{T} = \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \vec{F}_{3y}$$

où \vec{F}_{1y} , \vec{F}_{2y} et \vec{F}_{3y} sont les composantes tangentielles (selon Gy) des trois forces.

RDM

III.1.3 Moment fléchissant

Le moment fléchissant correspond au premier terme de la troisième équation du système II.2. On le désigne généralement par \vec{M}

L'expression de sa valeur algébrique, toujours dans le cas de la figure III.1, est donnée par la relation

$$\bar{M} = x_1 * \bar{F}_{1y} + x_2 * \bar{F}_{2y} + x_3 * \bar{F}_{3y}$$

où x_1 est la position suivant x du point d'application de la force \vec{F}_1 , de même x_2 et x_3 pour \vec{F}_2 et \vec{F}_3 .

Rappelons que les expressions données ici ne sont pas générales mais correspondent au cas simple de la figure III.1. Dans la réalité, le système de forces est plus compliqué. Pour familiariser l'étudiant avec ce genre de calcul, divers cas sont traités dans la série d'exercices se rapportant à la RDM.

Revenons maintenant au système II.2. En remplaçant ces trois grandeurs dans ce système, on aboutit finalement au système

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{N} + \sum_i \bar{v}_i ds_i = 0 \quad (x) \\ \bar{T} + \sum_i \bar{\tau}_i ds_i = 0 \quad (y) \\ \bar{M} + \sum_i \bar{y}_i \bar{v}_i ds_i = 0 \quad (z) \end{array} \right. \quad \text{III.1}$$

Remarque : D'après les définitions citées ici, ces grandeurs ne sont pas définies pour les forces s'appliquant à l'endroit précis de la section. Ces grandeurs subissent donc une discontinuité quand on franchit leur point d'application.

RDM

Remarque : Dans la réalité, l'effort tranchant s'accompagne généralement d'un moment fléchissant et vis et versa. On comprend bien, que dans ce cas l'indépendance des effets est difficile à mettre en évidence. Le lien existant entre ces deux efforts se traduit par la relation

$$\bar{T} = - \frac{d\bar{M}}{dx} \quad \text{III.2}$$

où $(d\bar{M}/dx)$ est la dérivée de \bar{M} par rapport à x . En d'autre terme, \bar{T} est la pente de la courbe décrivant les variations du moment fléchissant le long de la poutre. Ceci est illustré par les flèches placées sur la courbe du moment fléchissant dans le diagramme III.5 obtenu pour l'exemple traité au chapitre suivant.

III.1.4 Exemple de calcul

Considérons le cas de la poutre-console en équilibre statique supportant les charges décrites sur le schéma suivant

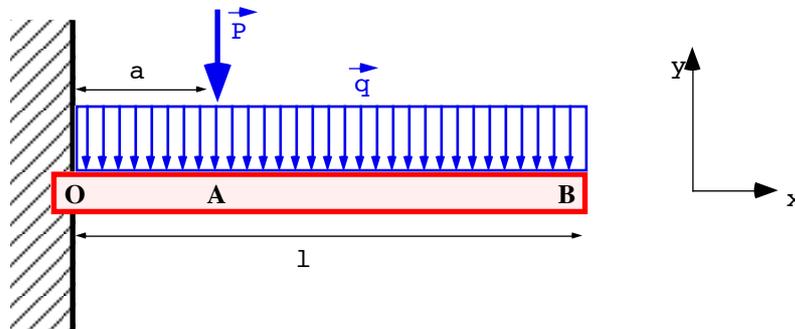


Figure III.2

Les forces en présence sont la charge concentrée \vec{P} , la charge répartie \vec{q} puis les réactions au mur. Nous sommes en présence d'un encastrement, donc nous avons a priori, trois inconnues qui sont la

RDM

composante normale \vec{R}_n , celle tangentielle \vec{R}_t , plus le moment d'encastrement \vec{M}_e .

Les équations de l'équilibre statique fournissent l'expression des 3 inconnues en fonction des données du problème. On calcule le moment des forces par rapport au point O, on obtient alors

$$\begin{cases} \bar{R}_n = 0 & (x) \\ \bar{R}_t = P + ql & (y) \\ \bar{M}_e = aP + q\frac{l^2}{2} & (z) \end{cases}$$

Comme on va le voir dans le calcul qui suit, la détermination de ces inconnues n'est pas toujours nécessaire pour le calcul des efforts. Cependant certaines configurations nécessitent le calcul des réactions. C'est le cas par exemple des poutres fixées aux deux extrémités.

On cherche maintenant l'expression des efforts tranchant, normal et du moment fléchissant le long de la poutre. Pour cela on procède, comme on l'a fait pour la description du principe d'équivalence, à des coupes imaginaires à des endroits appropriés de la poutre.

Un des points essentiels de ce problème est de choisir convenablement l'endroit et le nombre de sections à opérer. Ce choix est dicté par la configuration des charges qui s'appliquent à la poutre, plus précisément aux discontinuités que l'on est susceptible de rencontrer le long de la poutre. Rappelons que les efforts ne sont pas définis pour des charges s'appliquant directement à l'endroit de la coupe.

Dans notre cas, la charge concentrée P forme la seule discontinuité sur toute la longueur de la poutre. Elle définit donc deux régions dont la configuration reste inchangée sur toute leur étendue. Cela signifie que les coupes peuvent être opérées n'importe où dans

RDM

chacune de ces deux régions on obtiendra la même expression pour les efforts. Donc, il suffit d'effectuer deux coupes seulement : une entre O et A, et l'autre entre A et B. On analyse l'équilibre de la partie droite (que l'on a appelé (A) depuis le début de ce cours) pour toutes les coupes. La position de la section sur la poutre est repérée par la variable x .

1^{er} cas $x \in [O, A[$

Il reste, à droite de cette section, la charge concentrée et une partie de la charge linéique dont la longueur est maintenant $l-x$.

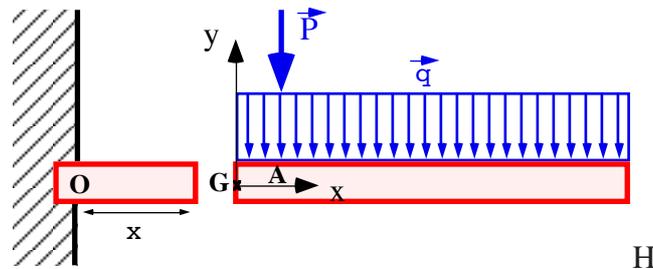


Figure III.3

Appliquons la réduction de ces deux charges au point G. On trouve alors que :

- \vec{N} est nul puisqu'il n'existe aucune force parallèle à l'axe de la poutre.

- \vec{T} est la somme de \vec{P} et du poids total de la charge linéique soit $(l-x)*\vec{q}$.

$$\vec{T} = -P - (l-x)*q$$

- \vec{M} est la somme du moment de \vec{P} et du moment produit par la charge répartie. Tous ces moments sont calculés par rapport au centre de masse de la section étudiée. On a donc

RDM

$$\bar{M} = - (1-x)*q*(1-x)/2 - (a-x)*P = - q*(1-x)^2/2 - P*(a-x)$$

On vérifie que les expressions de T et M satisfont à la relation III.2.

2^{ème} cas $x \in]A, B]$

à droite de cette section, il ne reste plus qu'une partie de la charge linéique dont la longueur s'écrit encore $1-x$.

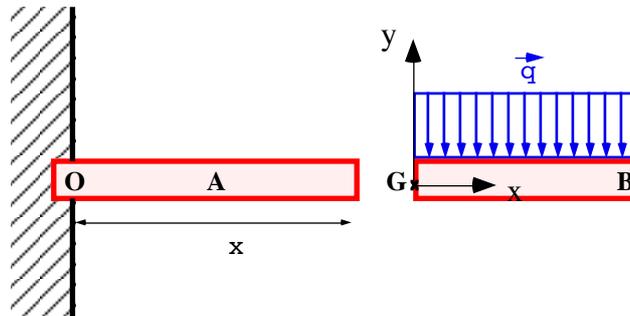


Figure III.4

On opère de la même façon que précédemment. La seule différence est la disparition de la charge concentrée. Donc \vec{T} est égale au poids de la charge linéique seulement.

$$\bar{T} = - q*(1 - x)$$

\vec{M} est égal au moment de la charge répartie. Soit

$$\bar{M} = - (1-x)*q*(1 - x)/2 = - q*(1 - x)^2/2$$

RDM

On vérifie encore que les expressions de \bar{T} et \bar{M} satisfont à la relation III.2. On vérifie également que \bar{T} et \bar{M} s'annulent lorsqu'on atteint l'extrémité de la poutre en B. Ceci est logique puisque l'on est en équilibre statique et que l'on englobe l'ensemble des forces. Les résultats obtenus sont généralement rassemblés dans un tableau et leurs variations sont représentées par les diagrammes $T(x)$ et $M(x)$.

x	O	A	B
\bar{T}	$-P - q(l - x)$		$-q(l - x)$
\bar{M}	$-q^*(l-x)^2/2 - P^*(a-x)$		$-q(l - x)^2/2$

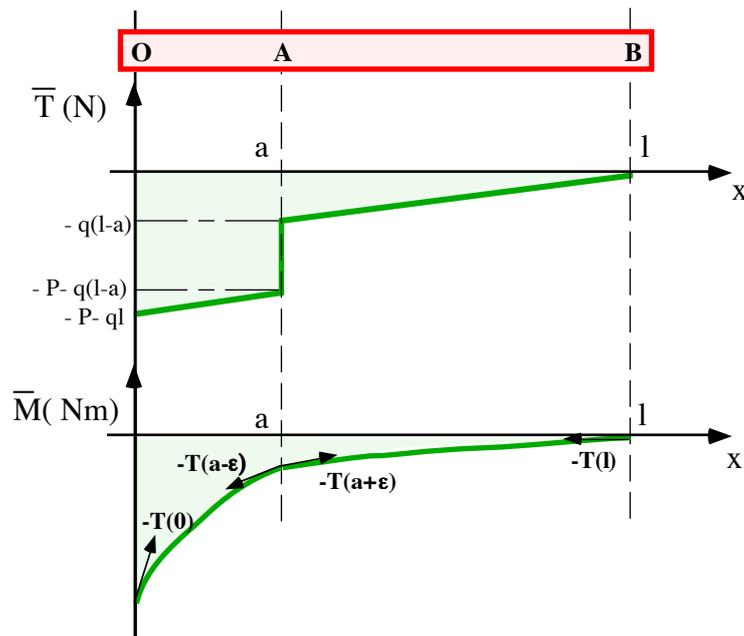


Figure III.5 Diagramme donnant l'allure de l'effort tranchant et du moment fléchissant sur toute la longueur de la poutre. Les flèches placées sur la courbe du moment fléchissant et indiquant sa pente montrent le lien entre T et M .

RDM

Ces diagrammes sont très utiles car ils montrent clairement les actions subies par la poutre. Ils indiquent donc les endroits où les précautions de sécurité doivent être prises. D'autres exemples sont donnés dans la série d'exercice se rapportant à la RDM.

III.2 Effets sur les poutres

On passe en revue, dans ce chapitre, cinq types d'actions appliquées aux poutres planes et droites ainsi que les effets qu'elles produisent. Ces effets, que l'on retrouve fréquemment, sont la tension, la compression, le cisaillement, la flexion et la torsion. Le dernier est un cas particulier dans le sens où il sort du cadre du cours de cette année car il nécessite une analyse en trois dimensions. Il est cependant intéressant de le décrire brièvement. Les schémas suivant décrivent les quatre premiers cas de figure.

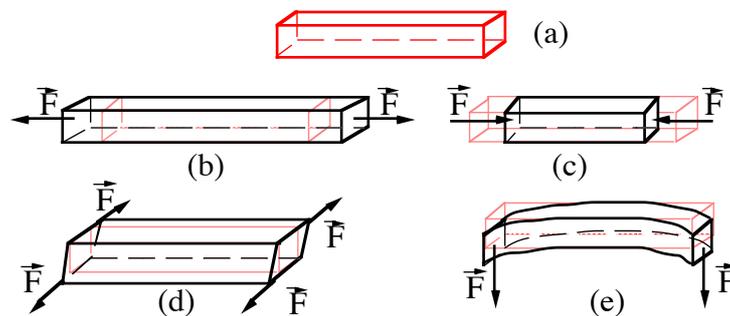


Figure III.6 (a) décrit la forme initiale de la poutre. (b) montre l'allongement de la poutre après un effort de tension. (c) la poutre rétrécie lorsqu'elle est comprimée. (d) la poutre s'aplatit sous un effort de cisaillement. (e) la poutre, soumise à un effort de flexion, se courbe.

On décrit, dans ce qui suit, la démarche à suivre pour déterminer les contraintes et les déformations produites par chacune de ces actions. On s'attarde plus particulièrement sur le cas de la tension, puis on étudiera les autres cas de façon plus sommaire, dans la mesure où les démarches sont similaires.

III.2.1 Tension

Une poutre est soumise à un effort de tension, ou encore effort de traction, lorsque l'on applique à ces deux extrémités, une force parallèle à l'axe de la poutre et dirigée vers l'extérieur de celle-ci (voir figure III.6 (b)). Faisons un zoom autour d'une section quelconque de la poutre et observons les sollicitations et déformations subies par la poutre au voisinage de la section. Considérons, pour cela, une tranche infiniment mince, d'épaisseur e , dont l'une des extrémités est la section analysée.

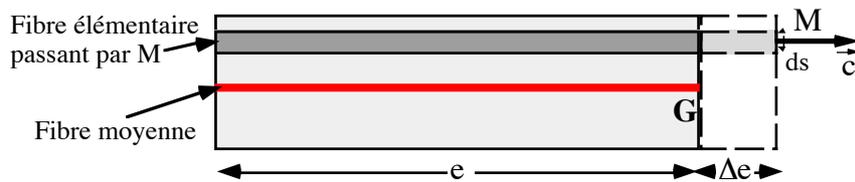


Figure III.7 On représente ici l'allongement d'une fibre élémentaire passant par le point M.

Dans ce cas, la réduction des forces se réduit au seul effort : normal (T et M sont tous deux nuls). Il est dirigé vers l'extérieur de la poutre et il est de même sens que \vec{n} . L'expression du système III.1 se simplifie pour conduire au système suivant

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{N} + \sum_i \overline{v}_i ds_i = 0 \quad (x) \\ \sum_i \overline{\tau}_i ds_i = 0 \quad (y) \\ \sum_i \overline{y}_i \overline{v}_i ds_i = 0 \quad (z) \end{array} \right. \quad \text{III.3}$$

L'effet, d'une telle action est l'allongement de la poutre. D'après les hypothèses de Navier-Bernoulli, toutes les fibres élémentaires

RDM

subissent la même déformation δ_n égale à l'allongement relatif $\Delta e/e$ (voir figure III.7). Elles ne subissent aucune déformation δ_t . D'après la relation II.4 v est uniforme sur toute la section de la poutre (E est une constante et δ_n est identique sur toute la section). D'après la relation de Coulomb τ est nul. On peut donc sortir v du signe somme dans le système III.3. On obtient alors le nouveau système

$$\begin{cases} \bar{N} + \bar{v} \sum_i ds_i = 0 & (x) \\ \sum_i \bar{\tau}_i ds_i = 0 & (y) \\ \bar{v} \sum_i \bar{y}_i ds_i = 0 & (z) \end{cases}$$

Les deux dernières équations sont vérifiées. En effet, pour (y) on a déjà dit qu'il n'y a aucune force tangentielle ($\tau = 0$). Pour (z) le terme somme ($\sum y_i ds_i$) représente le moment statique de la section par rapport à l'axe passant par le centre de masse. Or cette grandeur est toujours nulle.

Dans la première équation, la somme sur tous les éléments de surface est égale à la surface totale de la section. Désignons par S cette surface, les équations d'équarrissage conduisent finalement au système de contraintes suivant

$$\begin{cases} \bar{v} = -\frac{\bar{N}}{S} \\ \tau = 0 \end{cases} \quad \text{III.4}$$

Connaissant la valeur des contraintes on peut calculer la déformation de la tranche de poutre considérée à l'aide du module d'Young. On trouve alors

RDM

$$\overline{\Delta e/e} = \overline{N} / (ES)$$

Si l'on désire remonter maintenant à la déformation de la poutre sur toute sa longueur, il suffit de faire la somme de toutes les déformations Δe associées à chacune des tranches considérées.

Dans le cas où la poutre à une section constante sur toute sa longueur et que l'effort normal est également constant sur toute la longueur, alors la déformation de la poutre s'écrit

$$\Delta l = N l_0 / SE \quad \text{III.5}$$

où l_0 est la longueur initiale de la poutre et Δl sa déformation totale.

Au-delà du domaine élastique, l'allongement persiste et les dimensions transversales varient de façon significatives. La loi de Navier-Bernoulli n'est donc plus vérifiée. Ces variations, qui se présente sous forme d'étranglements, deviennent observables à l'oeil nu.

III.2.2 Compression

Nous sommes dans la situation inverse de l'effort de tension. Les forces s'appliquant sur la poutre sont cette fois dans l'axe de la poutre et dirigées vers l'intérieure (voir figure III.6 (c)). La réduction des forces se réduit au seul effort normal et il est de sens inverse à \vec{n} . Les équations d'équarrissage conduisent au même résultat que précédemment (équation III.6). On retrouve aussi, pour les mêmes conditions, les mêmes équations de déformation III.7.

Il est intéressant d'évoquer ici le phénomène de flambage. Celui-ci apparaît lorsque les poutres longues sont soumises à des efforts de compression. On entend, par poutres longues, celles dont la longueur est dix fois supérieure à la dimension transversale. Lorsque

RDM

les charges deviennent trop importantes, ces poutres se courbent. La figure suivante décrit une forme particulière de flambage.

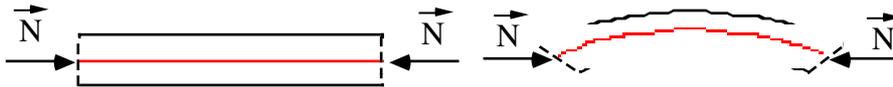


Figure III.8 Les poutres longues se courbent lorsqu'elles sont soumises à des efforts de compression trop important.

Le flambage ou flambement apparaît, lorsque la charge atteint une valeur limite appelée charge critique de flambage. En dessous de cette valeur, on observe les mêmes comportements que ceux décrits pour la tension. Cette limite est analogue à la limite d'élasticité car le flambement est un phénomène non élastique qui se manifeste avant que la poutre ne voit ces dimensions transversales varier.

La forme de la courbure dépend des fixations aux extrémités (extrémités articulées ou encastées). Ce point est étudié plus en détail en deuxième année.

III.2.3 Cisaillement

C'est le cas de la figure III.6 (d). Les forces appliquées à la poutre sont cette fois parallèles à \vec{t} . Elles sont telles que leur résultante se réduit au seul effort tranchant (N et M sont nuls). Comme on l'a déjà dit, ce cas n'existe pas dans la réalité car l'effort tranchant s'accompagne généralement d'un moment fléchissant (voir relation III.2). Cependant, afin d'analyser séparément l'effet de cisaillement, qui est dû au seul effort tranchant, on néglige l'effet du moment fléchissant. D'ailleurs la configuration illustrée sur la figure III.6 (d), avec deux forces opposées à chacune des extrémités, tend à diminuer les effets de flexion.

Le cisaillement correspond en réalité à un déplacement relatif des sections. Afin de le montrer, procédons comme pour l'effort de

RDM

tension, et considérons une portion de poutre infiniment mince d'épaisseur e .

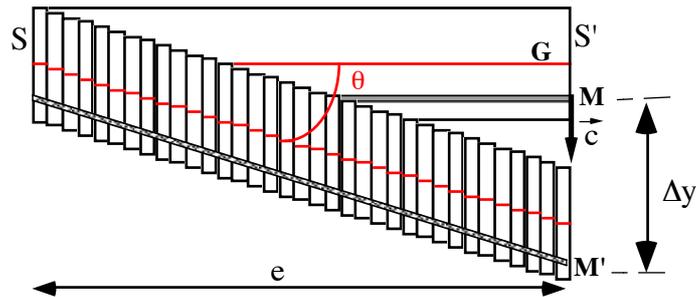


Figure III.9 Le cisaillement correspond en fait à un glissement des sections les unes par rapport aux autres.

On voit bien sur cette figure comment agit l'effort tranchant sur la poutre. La loi de Navier-Bernoulli fait que la section S' est translaturée dans son propre plan. Elle se retrouve simplement décalée par rapport à la section S . Afin de montrer les déformations à l'échelle microscopique, on découpe (voir figure III.9) la tranche d'épaisseur e en tranches d'épaisseurs infinitésimales. Tout se passe comme si les sections glissaient les unes par rapport aux autres. Cela signifie que la longueur des fibres ne varie pas, donc d'après la relation II.4 $v = 0$. De plus, tous les points de la section subissent le même déplacement donc, d'après la relation II.5, τ est uniforme sur toute la surface.

Ce décalage est défini par l'angle θ que font les nouvelles positions des fibres élémentaires avec les anciennes (voir figure III.9). étant donné que les déformations élastiques sont extrêmement faibles cet angle est approximativement égal au rapport $\Delta y/e$. En remplaçant alors δ_t par ce rapport dans la relation II.5, on obtient

$$\bar{\tau} = G \frac{\Delta y}{e}$$

RDM

Les équations de la statique fournissent l'expression de τ en fonction de T . En effet, en annulant N et M dans le système III.1 et en sortant τ du signe Σ , on obtient les équations d'équarrissage suivantes

$$\begin{cases} v = 0 \\ \bar{\tau} = -\frac{\bar{T}}{S} \end{cases} \quad \text{III.6}$$

Par conséquent l'équation de déformation est donnée par la relation

$$\overline{\Delta y/e} = \bar{T}/GS \quad \text{III.7}$$

Pour les corps anisotropes, tel que le bois, le cisaillement peut être parallèle aux fibres, on parle alors de cisaillement longitudinal. Lorsque le cisaillement est perpendiculaire aux fibres on parle alors de cisaillement transversal.

III.2.4 Flexion

L'effet de la flexion est due à l'action du moment fléchissant sur la poutre. Or, comme on l'a déjà dit en introduction de ce chapitre, ce dernier n'existe pas sans l'effort tranchant. Afin de décrire correctement cet effet, on procède de la même façon que pour le cisaillement en choisissant une configuration qui diminue l'effet de l'effort tranchant. C'est le cas représenté par la figure III.6 (e).

Lorsque la réduction des forces se réduit au seul moment fléchissant (T et N sont nuls), on dit que la poutre est soumise à la flexion pure ou flexion circulaire. Ce cas est traité dans la série d'exercices destinées à la RDM. Dans le cas où le moment fléchissant s'accompagne d'un effort tranchant, on dit que la poutre travaille à la flexion simple. Lorsque les trois efforts existent, on parle de flexion composée.

RDM

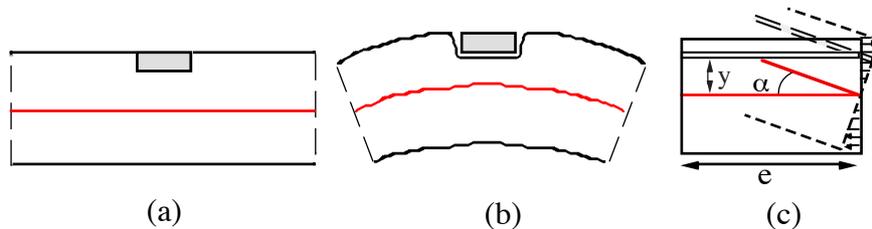


Figure III.10 Poutre soumise à un effort de flexion. (a) décrit la poutre au repos, (b) décrit l'effet de flexion et (c) décrit la répartition de la contrainte sur une des sections.

Afin de montrer l'effet de flexion, on effectue une encoche sur la partie supérieure de la poutre. Le morceau de poutre sectionné, décrit par le petit rectangle gris sur la figure III.10 (a) et (b), est laissé à sa place. On observe alors, lorsque la poutre se courbe, que la partie libre se détache du reste de la poutre. Si l'on avait effectué l'encoche sur la partie inférieure de la poutre, la partie sectionnée aurait été au contraire comprimée. Il semble donc que la flexion est une combinaison de tensions et de compressions. Les fibres élémentaires supérieures sont tendues, et les fibres inférieures sont comprimées. La fibre moyenne, qui se trouve au milieu, ne subit donc aucune modification de sa longueur.

Utilisons les équations d'équarrissage et les équations de déformation pour déterminer la distribution des contraintes et les déformations subies.

On annule dans le système III.1 N et T . Il apparaît alors que la résultante interne des forces tangentielles et normales sont nulles (1^{ère} et 2^{ème} équations). D'après Navier-Bernoulli τ est nécessairement nul. En effet, l'inverse signifierait qu'il existe des contraintes opposées vérifiant la 2^{ème} équation. Cela impliquerait une déformation de la section, ce qui est contraire à la loi de Navier-Bernoulli.

Donc, les contraintes sont normales et la résultante des forces associées est nulle. Lorsque la flexion est pure, la seule configuration

RDM

possible, pour que ces contraintes produisent une modification respectant la loi de Navier-Bernoulli, est celle provoquant la rotation de la section autour de l'axe perpendiculaire au plan (\vec{n}, \vec{t}) et passant par son centre de masse. Pour les faibles déformations, cette rotation peut être assimilée à une combinaison de compression et de tension pour lesquelles l'intensité des contraintes croît linéairement avec la distance à l'axe. On rejoint ainsi l'observation faite précédemment à partir de la figure III.10 (b). On représente sur la figure III.10 (c) la rotation et les contraintes normales qui lui sont associées.

Le détail du calcul conduisant aux équations d'équarrissage et aux équations de déformations est donné en annexe C. On décrit ici brièvement la démarche à suivre.

En prenant les notations de la figure III.10 (c), la déformation δ_n associée à cette rotation s'écrit

$$\delta_n = \bar{y} \bar{\alpha} / e$$

où y est la distance de la fibre élémentaire à la fibre moyenne, α l'angle de rotation, et e l'épaisseur de la tranche considérée.

En remplaçant δ_n par son expression dans la relation II.4, puis en injectant l'expression de v dans la troisième équation du système III.1, on obtient les équations d'équarrissage

$$\begin{cases} \bar{v} = - \frac{\bar{M} \cdot \bar{y}}{I_z} \\ \tau = 0 \end{cases} \quad \text{III.8}$$

RDM

I_z représente ici le moment d'inertie de la section par rapport à l'axe perpendiculaire au plan (\vec{n}, \vec{t}) et passant par son centre de masse.

L'équation de déformation est donnée par la relation

$$\frac{\bar{\alpha}}{e} = \frac{\bar{M}}{E I_z} \quad \text{III.9}$$

III.2.5 Torsion

La torsion est l'exemple d'effort qui ne respecte pas la symétrie plane étudiée dans ce cours. Cependant, nous présentons, de façon succincte, l'allure de cette action car il est fréquent d'observer l'effet de torsion. Celui-ci est schématisé par la figure suivante.



Figure III.11 La torsion introduit une composante tangentielle à la section qui est perpendiculaire au plan défini par (\vec{n}, \vec{t}) .

La torsion introduit une composante normale au plan défini par \vec{n} et \vec{t} . Or comme nous l'avons dit précédemment, nous limitons ce cours à des problèmes plan. C'est pour cette raison que cette force ne sera pas étudiée cette année.

Partie III : Thermique

THERMIQUE

I Introduction

Le cours de cette année a pour objectif d'introduire toutes les grandeurs de bases utiles au calcul des caractéristiques définissant les qualités thermique d'un logement. Après avoir situé le cadre de la thermique, on donne la définition des grandeurs qui lui sont sous-jacentes tel que la chaleur, la température ou encore le taux d'humidité relative. Une attention particulière est apportée aux différents mode de propagation de cette chaleur vu que l'objectif de la thermique est de maîtriser la consommation énergétique utilisée pour le chauffage des locaux.

La maîtrise de toutes ces notions de base permettra de mieux comprendre les grandeurs utilisées par les thermiciens tel que le coefficient de déperdition d'un logement servant à définir ses caractéristiques thermiques.

I.1 Thermique et thermodynamique

I.1.1 Thermique

La thermique s'intéresse à la compréhension et à la description des flux de chaleur et des champs de température. Vu l'importance fondamentale de ces deux grandeurs, on consacre pour chacune d'elles un chapitre.

Le domaine d'application de la thermique est très vaste. Il s'étend du plus petit phénomène élémentaire (solidification d'une goutte de métal, refroidissement par jet d'air, ...) aux plus grands ensembles industriels (modélisation d'un four, bilan énergétique d'une usine, ...) en passant par la construction dans le bâtiment.

THERMIQUE

I.1.2 Thermodynamique

Il ne faut pas confondre thermique et thermodynamique. Le champ d'étude et d'application de cette dernière étant plus vaste que la première. On peut dire que la thermique est une partie de la thermodynamique dans le sens où cette dernière s'intéresse à tous les types d'énergies (mécanique, électrique, magnétique ou chimique) constituant l'énergie interne des systèmes. Les lois de la thermique sont des conséquences des principes de la thermodynamique. Nous auront l'occasion de le voir ultérieurement.

II Définitions

II.1 Chaleur

La chaleur a la dimension d'une énergie. Elle se mesure en Joule dans le SI. Le kcal (kilo-calorie) est encore couramment utilisé. Cette énergie se trouve sous forme d'énergie cinétique d'agitation des molécules composant le corps étudié. Elle constitue une partie de l'énergie interne des corps.

II.1.1 La calorie

Une calorie est la quantité de chaleur qu'il faut fournir à 1g d'eau pour élever sa température de 1°C.

$$1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$$

Il existe d'autres unités : le thermi \equiv 1 th = 1 Mcal
 le frigori \equiv 1 fg = -1 kcal

Remarque : chacune de ces unités évoque une application particulière. Par exemple le frigori, comme son nom l'indique, intéresse les industries frigorifiques.

THERMIQUE

II.1.2 Le calorimètre

Le calorimètre est l'appareil de mesure de la chaleur. Les différents dispositifs reposent sur le même principe, celui de la conservation de l'énergie énoncé par le premier principe de la thermodynamique. On peut ainsi, donner un équivalent mécanique à la chaleur. En effet, la conservation de l'énergie traduit le fait que le mécanisme employé, pour passer de l'état donné d'un système à un autre état, n'a pas d'importance car l'énergie dépensée est la même.

Autrement dit, supposons qu'un calorimètre subit un changement d'état en recevant une quantité de chaleur Q . Si les propriétés mécaniques du calorimètre sont connues, alors on peut calculer l'énergie mécanique E à fournir pour imposer le même changement. La conservation de l'énergie implique que $Q = E$.

II.2 Température

La température est la manifestation mesurable de la quantité de chaleur introduite. Elle est étroitement liée à l'énergie cinétique d'agitation ou énergie thermique.

La thermodynamique fournit une relation directe entre la température (grandeur macroscopique) et l'énergie cinétique d'agitation moyenne des molécules (grandeur microscopique). Soit E_c l'énergie cinétique et T la température alors on a,

$$E_c = 3/2 kT \quad \text{II.1}$$

où $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ est la constante de Boltzmann

L'unité employée dans le SI est le degré Kelvin (K). Le degré Celsius ($^{\circ}\text{C}$) reste le plus employé dans la vie courante.

$$T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273 \quad \text{II.2}$$

Les anglais emploient encore le degré Fahrenheit. La relation avec le degré Celsius est,

THERMIQUE

$$T(^{\circ}\text{F}) = 9/5 T(^{\circ}\text{C}) + 32$$

II.3

II.2.1 Thermomètre

L'outil employé pour mesurer la température est le thermomètre. L'échelle des valeurs qu'il indique est étalonnée à partir de valeurs repères bien connues, tel que :

0 °C	≡	glace fondante
100 °C	≡	ébullition de l'eau
13,81 K	≡	point triple de l'hydrogène
1064,43 °C	≡	Fusion de l'or.

En fait toute grandeur qui varie avec la température peut faire office de thermomètre. Si la loi liant les variations de cette grandeur à celle de la température est choisie arbitrairement, ce thermomètre donnera alors un simple repérage de la température dans une échelle arbitraire. C'est le cas, par exemple, des thermomètres à liquide (mercure, alcool...) pour lesquels on admet une relation de la forme $V = a + bT$ entre le volume V du liquide dans son enveloppe de verre et la température. On ajuste par la suite les graduations avec les valeurs repères afin d'étalonner le thermomètre.

En toute rigueur un thermomètre indique sa propre température. Celle-ci sera celle du corps étudié lorsque l'équilibre thermique entre les deux objets sera atteint (principe zéro de la thermodynamique).

On demandera à un bon thermomètre d'atteindre rapidement l'équilibre, en perturbant le moins possible la température du corps étudié. Pour satisfaire cette dernière condition, il suffit de choisir un appareil de dimensions petites par rapport aux dimensions de l'objet mesuré.

THERMIQUE

II.2.2 Équilibre thermique

Considérons deux corps fluides, A_1 à la température T_1 et A_2 à la température T_2 . Supposons que $T_2 > T_1$, lorsque l'on met les deux corps en contact, on voit la température de A_1 augmenter et celle de A_2 diminuer. Ce processus, de relaxation, se poursuit tant qu'une valeur limite, commune aux deux corps, n'a pas été atteinte. L'équilibre thermique est établi lorsque cette valeur est atteinte.

Le schéma suivant décrit les différentes étapes de la relaxation vers l'équilibre thermique des deux fluides. Les flèches représentent l'agitation thermique des molécules constituant chacun des corps. Plus la température est élevée et plus les flèches sont longues. La différence d'épaisseur des traits sert uniquement à distinguer les deux milieux.

à l'équilibre la longueur des flèches est répartie uniformément sur l'ensemble des deux fluides, ce qui signifie qu'ils sont à la même température.

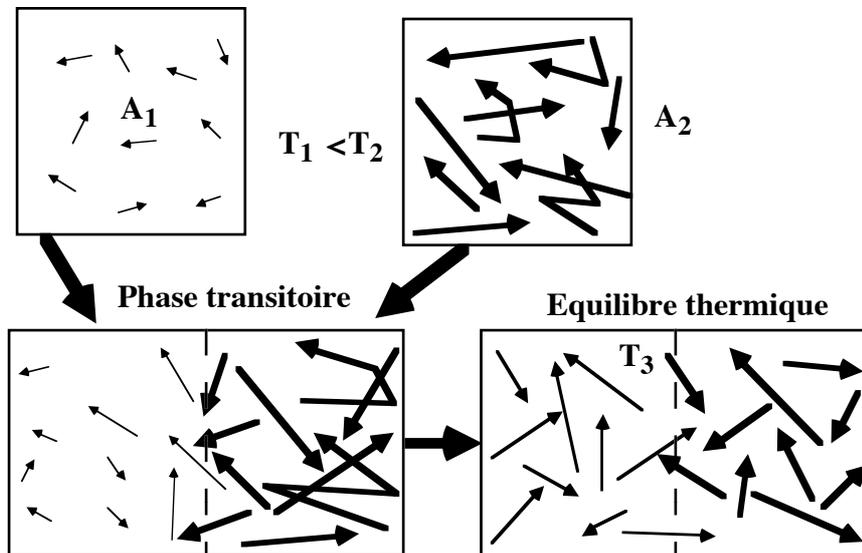


Figure II.1 Relaxation de deux fluides vers l'équilibre thermique. La température finale T_3 est répartie uniformément sur l'ensemble des deux fluides. La longueur des

THERMIQUE

flèches traduit le degré d'agitation thermique des deux fluides. Plus elles sont longues et plus le fluide est chaud.

II.3 Capacité thermique et chaleur latente

Lorsque de la chaleur est transmise (ou extraite) à un corps, sa température augmente (ou diminue). Une relation mathématique simple entre la chaleur et la température traduit le processus de réchauffement (ou de refroidissement). Ce réchauffement (ou refroidissement) se poursuit jusqu'à une valeur limite pour laquelle le corps commence à subir des transformations. On dit alors qu'il a subi un changement d'état. Lors des changements d'état la température des corps ne change pas. La transformation est isotherme. Toute la chaleur consommée est utilisée pour modifier l'état du corps.

II.3.1 Échauffement ou refroidissement

La relation fondamentale entre la chaleur stockée et la variation de température est donnée par la relation,

$$\Delta Q = m C \Delta T. \quad \text{II.4}$$

C est la chaleur spécifique ou chaleur massique ou capacité thermique. Son unité est, d'après la relation II.4, le $J/kg/^\circ C$ ou encore le $kcal/kg/^\circ C$. C est une propriété physique des corps, elle se mesure expérimentalement. On la trouve dans la littérature sous forme de tableaux.

Deux catégories de chaleur spécifique sont données. Celle à pression constante C_p et celle à volume constant C_v . La première C_p est la plus fréquemment utilisée.

La relation II.4 suppose une variation linéaire de la température en fonction de la chaleur. Dans la réalité les dépendances sont plus compliquées car C dépend de la température. On peut cependant, dans de nombreux cas, considérer que C est constante car les variations

THERMIQUE

sont négligeables. On choisit, pour cela, la valeur moyenne de C sur un faible intervalle de température, ce qui est une approximation raisonnable.

II.3.2 Changement d'état

Les changements d'état sont de différents types. Il y a les transitions de phase, les phénomènes de dilatation et compression. Il y a aussi les changements des propriétés mécanique, chimique, magnétique ou encore électrique des corps.

Les deux premiers sont ceux qui nous concernent directement pour la construction dans le bâtiment. En effet, les problèmes de condensation que l'on rencontre fréquemment correspondent à une transition de phase; la liquéfaction. De même, les problèmes de dilatation et de compression sont des phénomènes à prendre en compte afin de prévenir les fissures et déformations induites par ces changements d'état.

a) Transitions de phase

Les transitions de phases font référence au passage, d'un état physique d'un corps pur à un autre de ces états. Les plus connus sont,

Fusion	≡	passage de l'état solide à l'état liquide
# Solidification (congélation)		
Vaporisation	≡	passage de l'état liquide à l'état gazeux
# Liquéfaction (condensation)		
Sublimation	≡	passage de l'état solide à l'état gazeux

La relation donnant la quantité de chaleur consommée pour réaliser ces changements est,

$$\Delta Q = m L$$

II.5

THERMIQUE

L est la chaleur latente, elle s'exprime en J/kg ou encore en kcal/kg. C'est une propriété du corps, elle se mesure expérimentalement. On la trouve dans des tables. Cette équation indique que la transformation se fait de façon isotherme. En effet, la température n'apparaît pas dans cette relation. On donne ici, à titre d'exemple, le diagramme des transitions pour l'eau.

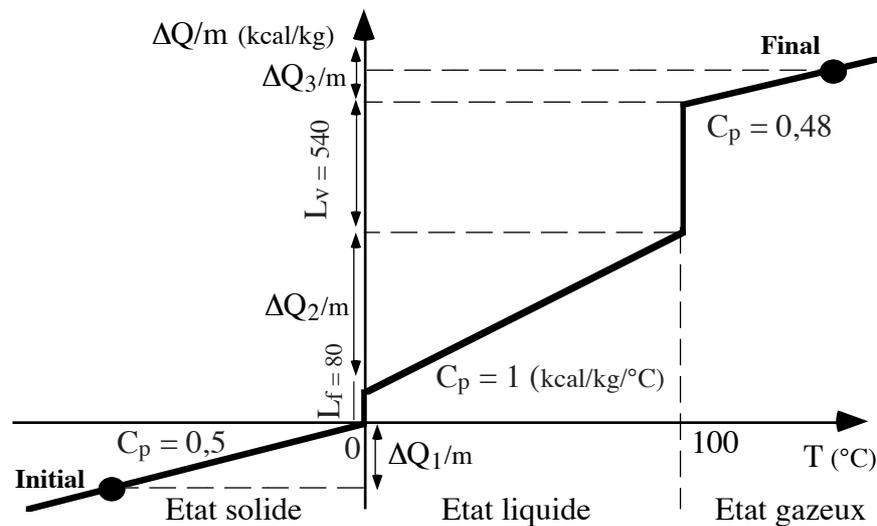


Figure II.2 Diagramme des transformations de l'eau dans les conditions normales de température et de pression.

- Interprétation du diagramme

Considérons une masse de glace allant de l'état initial à l'état final (voir figure). Il faut, pour cela, fournir la quantité de chaleur ΔQ_1 pour chauffer la glace jusqu'à 0°C . La pente de la droite est connue puisqu'elle est donnée par la valeur de la chaleur spécifique du corps (voir équation II.4). Ensuite, vient la phase de fonte de la glace qui, comme on l'a dit précédemment, est une phase isotherme et donc se traduit par un trait vertical sur le diagramme. La chaleur latente L_f exprime la quantité d'énergie par unité de masse nécessaire pour réaliser cette transformation. Ensuite toute l'eau produite absorbe ΔQ_2 pour chauffer jusqu'à 100°C . A 100°C et dans les conditions normales

THERMIQUE

de température et de pression, l'eau boue et donc se vaporise. Comme pour la fusion, on passe de nouveau par une étape isotherme, le système consomme de l'énergie mais ne chauffe pas. Une fois, toute l'eau transformée en vapeur d'eau, celle-ci chauffe jusqu'à atteindre l'état final. L'énergie consommée est alors ΔQ_3 .

b) Dilatation et compression

Sous l'effet des variations de température, les corps se dilatent ou se compriment. Ces phénomènes induisent des déformations dans les bâtiments, qui dans certains cas peuvent être dangereuses. La prise en compte de ces phénomènes, lors de la construction, permet d'éviter des imperfections qui apparaissent souvent longtemps après la fin d'un chantier et qu'il est très difficile de corriger par la suite.

On donne dans ce qui suit des expressions simples de ces déformations pour différents types de corps. Ces expressions sont une approximation qui reconstitue fidèlement la réalité.

Dans le cas des solides, on distingue trois catégories :

- Lorsque la déformation est dans une seule direction, on parle de déformation linéaire et on lui associe un coefficient de dilatation linéaire défini par la relation,

$$\varepsilon = (\Delta L/L_0)/\Delta T \qquad \text{II.6}$$

avec $\Delta L/L_0$, la déformation relative de la longueur, L_0 la longueur initiale et ΔT la variation de température.

- Lorsque la déformation se produit dans deux directions simultanément, on parle de déformation surfacique. On lui associe un coefficient de dilatation surfacique défini par la relation,

$$\gamma = (\Delta S/S_0)/\Delta T \qquad \text{II.7}$$

avec, $\Delta S/S_0$ la déformation relative de la surface, S_0 la surface initiale et ΔT la variation de température.

THERMIQUE

- Lorsque la déformation se produit dans trois directions simultanément, on parle de déformation volumique. On lui associe un coefficient de dilatation volumique défini par la relation,

$$\theta = (\Delta V/V_0)/\Delta T \quad \text{II.8}$$

avec $\Delta V/V_0$, la déformation relative du volume, V_0 le volume initial et ΔT la variation de température.

Lorsque les corps sont isotropes, c'est à dire qu'ils ont les mêmes propriétés physiques dans toutes les directions, on peut écrire $\gamma \approx 2\varepsilon$ et $\theta \approx 3\varepsilon$.

Dans le cas des fluides la déformation se fait généralement dans les trois directions simultanément car aucune direction ne peut être privilégiée comme c'est le cas pour les solides. On parlera donc essentiellement de coefficient de dilatation volumique pour les fluides.

II.4 Humidité et phénomènes de condensation

L'humidité est la source de nombreux problèmes dans le bâtiment. L'isolation thermique, de mieux en mieux maîtrisée, accentue le phénomène de condensation du fait des déséquilibres (température, humidité relative) qu'elle engendre avec le milieu extérieur.

Il n'existe pas de solution unique pour l'ensemble des problèmes. Chaque cas rencontré doit être traité séparément. On peut cependant, en connaissant les processus physiques de base, trouver plus facilement les solutions les plus appropriées. On a besoin, pour cela, de connaître certaines définitions, comme l'humidité relative, la saturation ou le point de rosé. Un cas simple est traité dans la série d'exercices consacrée à la thermique pour illustrer ces définitions.

THERMIQUE

II.4.1 Hygrométrie et humidité relative (H.R)

L'hygrométrie mesure l'humidité relative "H.R" de l'air. Celle-ci est définie par le rapport entre la quantité de vapeur d'eau contenue dans l'air et la quantité de vapeur d'eau que cet air contiendrait à la même température et à saturation.

a) Saturation

à une température donnée, la proportion de vapeur d'eau contenue dans un certain volume d'air, ne peut dépasser un maximum appelé limite de saturation (diagramme de Mollier). Elle se mesure en gramme de vapeur d'eau par kg d'air sec (g/kg). Au-delà de cette quantité, l'excès de vapeur d'eau se transforme en eau ou se condense.

Plus l'air est chaud et plus sa capacité à emmagasiner de la vapeur d'eau est grande. Autrement dit, la limite de saturation est d'autant plus grande que l'air est chaud.

b) Point de rosée

Le point de rosée correspond à la température à partir de laquelle l'air se condense. Considérons un volume d'air défini par une température et un taux d'humidité relative. Si on abaisse sa température (sans modifier la quantité de vapeur d'eau), la limite de saturation diminue et donc son humidité relative augmente. On poursuit l'opération jusqu'à atteindre la limite de saturation. La température correspondante est appelée point de rosée.

III Transferts de chaleur

III.1. Introduction

On a vu que la chaleur se propage spontanément des corps les plus chauds vers les corps les moins chauds. Ce type d'échange naturel n'est pas le seul mode de transfert de la chaleur. Il existe également les

THERMIQUE

échanges de chaleur entretenus ou forcés. C'est le cas, par exemple, de la pompe d'une installation de chauffage central. Pour tous ces types de transfert, on distingue trois modes de propagation, qui sont la conduction, la convection puis le rayonnement. Ces trois modes de propagation coexistent dans la majeure partie du temps.

Ce chapitre se divise en trois sous-chapitres. Chacun d'eux est consacré à un des modes de propagation. Mais avant de voir en détail chacun de ces modes, précisons quelques généralités en guise d'introduction.

III.1.1 Généralités

a) Conduction

Dans le cas de la conduction, la chaleur est transportée grâce aux collisions entre atomes ou molécules agités avec les voisins au repos. L'évolution de proche en proche de ces processus microscopiques, apparaît comme un écoulement de chaleur. La figure III.1 décrit la propagation de la chaleur par le biais de ces collisions, dans le cas d'un métal chauffé.

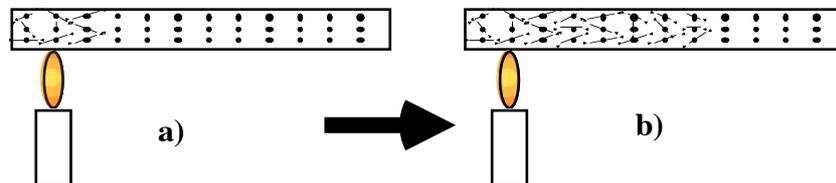


Figure III.1 Le chauffage d'une barre métallique provoque la vibration des atomes autour de leur position. L'agitation produite se propage ensuite par le biais des collisions avec les atomes voisins au repos.

Les solides et les fluides conduisent la chaleur, cependant ce mode de propagation concerne surtout les solides. En effet, dans les solides les atomes sont, d'une part, très proches les uns des autres, et d'autre part ils restent attachés à une position fixe de l'espace. En d'autres termes il n'y a pas forcément de déplacement de matière. Alors que, dans les fluides ces constituants microscopiques sont plus

THERMIQUE

distants et n'ont pas de position fixe dans l'espace. Ainsi, la convection et le rayonnement sont les modes de propagation dominant dans les fluides.

b) Convection

Pour la convection, le transport de la chaleur se fait par un fluide en mouvement. La convection est dite forcée (convection forcée), lorsque le mouvement du fluide est entretenu par une machine extérieure (le vent par exemple). Elle est dite naturelle (convection naturelle) lorsque le mouvement du fluide s'établit spontanément.

On peut observer facilement ce phénomène qui fait partie de notre quotidien. Par exemple, lorsque l'on chauffe de l'eau dans une casserole, la couche liquide immédiatement en contact avec la paroi inférieure s'échauffe avant le reste du liquide. Sa masse volumique diminue alors, entraînant son élévation sous l'action de la poussée d'Archimède* produite par le reste de l'eau. Elle est ensuite remplacée par une couche plus froide qui va subir, à son tour, le même sort. Au bout d'un certain temps, on observe un mouvement ascendant global de l'eau dans la casserole.

Citons une autre façon d'observer la convection naturelle. Lorsqu'on allume un feu pour brûler des ordures, on voit rapidement s'élever au dessus des flammes des petits morceaux de papier brûlé ou d'autres particules. Ce mouvement révèle un mouvement ascendant global de l'air au dessus du feu de la même façon que l'eau dans la casserole.

* Poussée d'Archimède: Lorsqu'un corps immobile est entouré de tous les côtés par un milieu fluide en équilibre, l'ensemble des forces de pression qui s'exercent sur sa surface est équivalent à une force unique dite "poussée d'Archimède" égale et opposée au poids de la partie du fluide dont il tient la place (fluide déplacé).

THERMIQUE

c) Rayonnement

Pour ce qui est du rayonnement, l'énergie est transportée par des ondes électromagnétiques. Tous les corps, solides, liquides ou gazeux émettent un rayonnement thermique lorsque leur température est supérieure à 0 K. Ces ondes n'ont besoin d'aucun support matériel pour se propager. Elles se déplacent dans le vide à la vitesse de la lumière ($c = 3.10^8 \text{ ms}^{-1}$).

Le rayonnement est le mode de chauffage le plus répandu à la surface de la terre du fait du rayonnement solaire. A l'échelle de l'individu, on peut citer les cheminées comme mode de chauffage par rayonnement. En effet, la convection assure essentiellement le tirage de la cheminée, et donc le chauffage des pièces se fait surtout par rayonnement.

III.1.2 Flux de chaleur

Avant de voir en détail les trois modes de propagation, précisons la notion de flux. Considérons, pour cela, un local quelconque. Si, les températures extérieure et intérieure sont différentes, alors un échange de chaleur s'établit entre le local et l'extérieur. Cet échange se traduit par un déplacement de chaleur à travers les parois. Le flux de chaleur mesure la quantité de chaleur traversant une surface par unité de temps.

a) Déperdition thermique globale

La déperdition thermique globale est le flux de chaleur qui s'échappe d'un local. La mesure de ce flux à travers la surface enfermant ce local est donnée par la relation,

$$\Phi = \Delta Q / \Delta t \qquad \text{III.1}$$

Cette grandeur a donc la dimension d'une puissance. Elle s'exprime donc en Watt (W) dans le S.I. Le kcal/h est couramment utilisé.

THERMIQUE

b) Densité de flux

Les thermiciens utilisent souvent la densité de flux ou encore la déperdition thermique par unité de surface. Elle est définie par la relation,

$$\varphi = \Phi/S \quad \text{W m}^{-2} \quad \text{III.2}$$

Cette grandeur permet, par exemple, de définir les caractéristiques thermiques de la composition d'une paroi de 1m² de superficie. On dispose, alors, d'un échantillon utile pour les besoins d'une construction future. Ainsi, il suffira de multiplier la densité de flux par la surface totale des futurs locaux pour en déduire la déperdition globale. Cette grandeur suppose donc que l'ensemble des parois est homogène. On utilise dans la suite du cours la densité de flux.

III.2 Conduction

III.2.1 Loi de Fourier

Dans le cas de la conduction, le flux de chaleur est relié à la variation spatiale de la température (ou encore gradient de température) par la loi de Fourier. Afin de simplifier le problème, on considère que le flux ne se fait que dans une seule direction, désignée par l'abscisse x . On verra plus loin que cette hypothèse n'est pas sans raison. Dans ce cas la loi de Fourier s'écrit,

$$\Phi = - \lambda.S. \Delta T/\Delta x \quad \text{W} \quad \text{III.3}$$

avec

$\Delta T/\Delta x$: gradient de température sur Δx ($^{\circ}\text{C m}^{-1}$)
S	: Surface traversée par le flux (m^2)
λ	: coefficient de conductivité ($\text{W m}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)

THERMIQUE

Cette relation permet un calcul rapide du flux à condition de connaître la valeur des coefficients de conductivité des corps traversés. Toutes les autres grandeurs sont directement mesurables.

Rapportée à la densité de flux, la loi s'écrit

$$\varphi = - \lambda \cdot \Delta T / \Delta x \quad \text{W m}^{-2} \quad \text{III.3}$$

III.2.2 Résistance et coefficient de transmission

Afin d'optimiser l'isolation thermique dans un bâtiment, on a besoin de connaître les propriétés thermiques de chacun des éléments constitutants. Ces propriétés sont définies par la résistance thermique ou le coefficient de transmission thermique.

a) Résistance thermique

La résistance thermique est la faculté d'un corps à s'opposer à la propagation de la chaleur lors de sa traversée. Plus un corps est résistant, et plus la quantité de chaleur qui le traverse est faible.

Afin d'établir son expression, on procède par analogie avec l'électricité. En effet, on sait que lorsqu'il apparaît une différence de potentiel ΔV dans un conducteur alors un courant s'installe. Ce courant n'est autre qu'un flux de charge électrique à travers le conducteur. La relation liant ces deux grandeurs est la loi d'Ohm

$$I = \Delta V / R_e \quad \text{avec } R_e = l / \gamma S \quad \text{III.4}$$

où R_e est la résistance électrique et γ la conductivité électrique.

De la même façon qu'en électricité, lorsqu'il apparaît une différence de température dans un corps, un flux de chaleur s'établit. Une relation analogue à la loi d'Ohm peut être construite à partir de la loi de Fourier (équation III.3),

$$\Phi = - \Delta T / R_{th} \quad \text{avec } R_{th} = \Delta x / \lambda S$$

THERMIQUE

où R_{th} est la résistance thermique et λ le coefficient de conductivité thermique. Vu que les thermiciens utilisent la densité de flux plutôt que le flux, on utilisera plutôt la résistance thermique associée à la densité de flux. Il suffit pour cela de supprimer la surface de l'expression ci-dessus. On a alors

$$R_{th} = \Delta x / \lambda \quad \text{III.5}$$

b) Coefficient de transmission thermique

Le coefficient de transmission, contrairement à la résistance, indique quelle quantité de chaleur peut laisser passer un corps. C'est donc l'inverse de la résistance thermique.

$$K = 1/R \quad \text{III.6}$$

Son unité dans le système SI est le $W m^{-2} ^\circ C^{-1}$.

III.2.3 Coefficient de conductivité

Le coefficient de conductivité est une propriété physique des matériaux. Sa valeur dépend de la température. On peut cependant dans la plupart des cas (faibles variations de température) négliger cette dépendance et supposer que λ est constant. Sa détermination peut être expérimentale, théorique ou encore semi-théorique (combinaison de la théorie et de l'expérience). Par exemple, pour les corps solides les expériences sont faciles à mettre en oeuvre. Par contre pour les fluides et notamment les gaz, la mesure expérimentale de λ est plus délicate, du fait entre autre, de la prédominance des autres modes de propagation. Elle nécessite alors le renfort de la théorie physique des gaz.

Ainsi l'ensemble des résultats des travaux de recherche est mis à la disposition des professionnels sous forme de tableaux que l'on

THERMIQUE

trouve facilement dans la littérature spécialisée (D.T.U.)*. On fournit dans ce qui suit quelques unes de ces valeurs.

a) Corps solides

		λ (W/m/°C)
Conducteurs	argent	418
	cuivre	386
	alluminium	229
	zinc	112
	fer	67
	acier	15-50
Isolants	Minéraux	béton, amiante fibres de verre, briques, verres cellulaire
	Réfractaires	brique alumine, brique magnésie, béton
	Végétaux	fibre de bois, liège fibres de paille comprimée
	De synthèse	polystyrène, polystyrène polyuréthane, PVC, béton de synthèse

Tableau III.2.a Valeurs des coefficients de conductivité pour différents corps solides. Les λ des conducteurs ont été mesurés sous une température de 0°C. Ceux des isolants sont donnés pour une température conventionnelle 20-22 °C, dans les D.T.U.*.

* D.T.U. : Documents techniques unifiés.

THERMIQUE

b) Corps liquides

Pour les liquides la convection rend difficile la mesure expérimentale de la conductivité. En effet, il est très difficile de distinguer, lors d'un transfert de chaleur, la proportion transportée par conduction et celle transportée par convection. Ces deux modes opèrent simultanément et produisent les mêmes effets, c'est à dire une augmentation locale de l'agitation thermique du milieu.

Il existe cependant de nombreuses relations semi-théoriques donnant la conductivité d'un liquide. Par exemple, la relation de Missenard,

$$\lambda_0 = \frac{9 C_{p0}}{10^5 N^{0,25}} \sqrt{E \rho_0} , \quad \text{III.7}$$

donne λ pour une température de 0°C (l'indice 0 caractérise la température). Dans cette formule N représente l'atomicité du liquide, E sa température d'ébullition, ρ_0 sa masse volumique et C_{p0} sa chaleur massique.

Cette formule recoupe les résultats expérimentaux concernant 150 liquides à 10% près dans plus de 90% des cas.

	λ (W/m/°C)
eau	0,58
huile - pétrole	0,14
benzène	0,18
glycérine	0,29
alcool	0,18
mercure	8,35

Tableau III.2.b Conductivité pour différents corps liquides. Les liquides sont meilleurs conducteurs de chaleur que les isolants (voir tableau III.2.a).

THERMIQUE

Généralement la valeur de λ baisse avec la température sauf pour certains corps comme l'eau et la glycérine.

c) Corps gazeux

Plus encore que pour les liquides, la convection rend difficile la mesure expérimentale de la conductivité. Souvent cette dernière est tirée de la théorie cinétique des gaz. Sa valeur croît avec la température (sensiblement en $T^{1/2}$). La loi de Sutherland, par exemple, donne la relation suivante,

$$\lambda = \lambda_0 \frac{(1+C/273)}{(1+C/T)} \sqrt{\frac{T}{273}} \quad \text{III.8}$$

où λ_0 est la conductivité à 0°C et C est une constante caractéristique du gaz. On donne, dans le tableau ci-dessous, les valeurs de λ_0 et celles de C pour quelques gaz.

	λ_0 (W/m/°C)	C
air	0,022	125
azote	0,022	114
oxygène	0,023	144
hydrogène	0,155	94
gaz carbonique	0,015	240
vapeur d'eau	0,016	1500
oxyde de carbone	0,021	157

Tableau III.2.c Valeurs des coefficients de conductivité à 0°C pour différents gaz. On voit (voir tableau III.2.a) que les gaz sont de très mauvais conducteurs.

THERMIQUE

III.2.4 Applications de la loi de Fourier aux parois

L'ensemble des cas que l'on se propose de traiter est supposé avoir atteint le régime stationnaire ou régime permanent. Cela signifie que la répartition du champ de température dans l'espace reste le même tout le temps. En d'autres termes, le flux de chaleur entre deux domaines de température reste constant dans le temps.

On suppose de plus qu'il n'y a pas création ou absorption de chaleur à l'intérieur des parois considérées. Cela signifie que le flux de chaleur dépend uniquement des températures de chaque côté de la paroi.

a) Paroi simple

On considère un mur homogène (voir figure III.3), d'épaisseur e , composé d'un seul matériau dont le coefficient de conductivité est λ . L'homogénéité traduit le fait que λ est le même partout. Les températures de chaque côté du mur sont T_1 et T_2 , avec T_1 supérieure à T_2 .

On suppose que les dimensions transversales de ce mur sont grandes par rapport à l'épaisseur (cas le plus fréquent). On peut ainsi négliger sur une grande partie du mur l'effet de bord, et admettre que la température varie uniquement selon la direction perpendiculaire au mur. Ces variations sont repérées par la variable x .

THERMIQUE

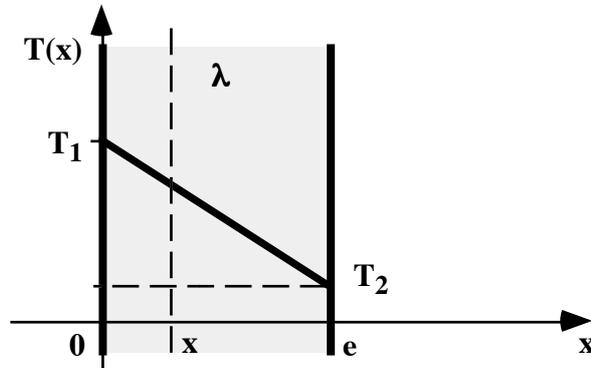


Figure III.3 Coupe transversale d'un mur d'épaisseur e . La position des sections à l'intérieur de la paroi est repérée par la variable x . L'axe des ordonnées repère la variation de la température.

Toutes ces considérations permettent de simplifier le calcul du flux ϕ et celui du profil de température à l'intérieur de la paroi, que l'on note $T(x)$. En effet, ce calcul se réduit à l'intégration de l'équation III.3.

Ainsi, si on intègre sur toute l'épaisseur du mur, on obtient l'expression de la densité de flux en fonction des données du problème (e, λ, T_1, T_2).

$$\varphi = \lambda \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{e} \quad \text{III.9}$$

Soit en utilisant la résistance thermique,

$$\varphi = (T_1 - T_2) / R \quad \text{avec } R = e/\lambda \quad \text{III.9-bis}$$

Si maintenant, on intègre l'équation III.3 seulement jusqu'à une section quelconque de la paroi repérée par x (voir figure III.3) alors on obtient le profil de température $T(x)$ suivant,

$$T(x) = T_1 - \frac{x}{\lambda} \varphi_x \quad \text{III.10}$$

THERMIQUE

Comme on est en régime permanent le flux de chaleur traversant l'épaisseur x est le même que celui traversant toute l'épaisseur e . On peut donc remplacer φ_x par φ dans l'équation III.10. L'expression finale de T en fonction de x est alors,

$$T(x) = T_1 - \frac{x}{e}(T_1 - T_2) \quad \text{III.10-bis}$$

On a donc un comportement linéaire de la température dans le mur. Dans notre cas, comme T_1 est supérieure à T_2 , on a une droite décroissante (voir figure III.3).

b) Paroi multi-couche

On se propose maintenant de regarder ce qu'il se passe lorsque la paroi est composée de plusieurs couches homogènes. C'est la configuration la plus fréquemment rencontrée dans un ouvrage. En effet, la paroi la plus simple que l'on puisse rencontrer se compose au minimum de 5 couches. On a tout d'abord du béton coulé ou de la brique puis une couche d'enduit et une couche de peinture de chaque côté.

On suppose dans un premier temps que le contact, entre ces différentes couches, est parfait. Cela a pour effet de supprimer des sauts de températures inhérents aux mauvais contacts.

Les données du problème (voir figure) sont les températures sur les deux faces de la paroi T_1 et T_{n+1} , les coefficients de conductivité λ_i et les épaisseurs e_i de chacune des couches constituantes. Les inconnues sont les températures intermédiaires T_2, T_3, \dots, T_n .

THERMIQUE

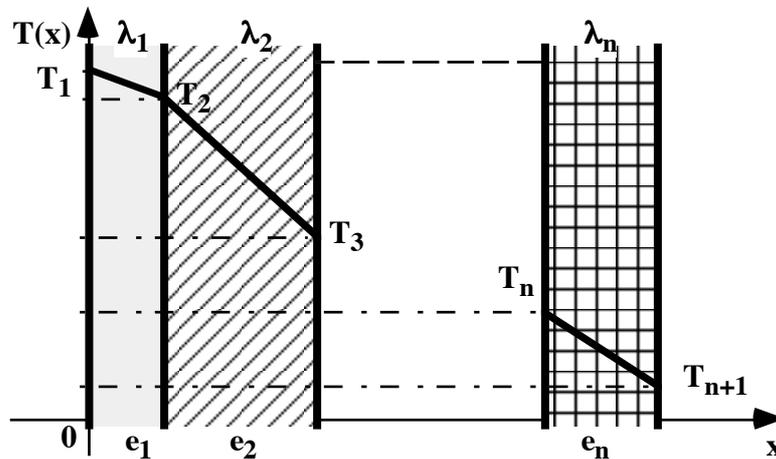


Figure III.4 Coupe d'un mur multi-couches délimité par deux faces de température T_{n+1} et T_1 .

Le calcul de ces températures passe par la connaissance du flux à travers toute la paroi. On peut, pour cela, considérer l'ensemble des couches comme un seul bloc vis à vis du flux. Il reste alors à définir la résistance correspondante à ce bloc pour pouvoir réécrire la relation III.9-bis adaptée à cette configuration. Là encore, l'analogie avec l'électricité permet de simplifier les explications.

Lorsque le courant électrique traverse plusieurs résistances en série, la résistance totale qu'il franchit est simplement la somme des résistances. De la même façon le flux de chaleur traverse plusieurs résistances propres à chacune des couches. L'expression de ces résistances est donnée par la relation III.9-bis, soit $R_i = e_i/\lambda_i$. Et la résistance totale R_t , franchie par le flux, est la somme des résistances R_i . On obtient finalement la relation suivante,

$$\varphi = (T_1 - T_{n+1})/R_t \quad \text{avec } R_t = \Sigma R_i = \Sigma e_i/\lambda_i \quad \text{III.11}$$

Le flux à travers toute la paroi est donc déterminé puisque tous les paramètres de la relation III.11 sont connus. Il suffit maintenant,

THERMIQUE

pour calculer les températures intermédiaires, d'utiliser le fait qu'on est en régime permanent. Le même raisonnement est fait pour le calcul du profil de la température dans le mur mono-couche en a). Ceci permet d'écrire alors les égalités suivantes,

$$\varphi = (T_1 - T_2)/R_1 = (T_2 - T_3)/R_2 = \dots = (T_n - T_{n+1})/R_n$$

La première égalité permet de calculer T_2 puisqu'on connaît φ , T_1 et R_1 . Puis la deuxième égalité nous donne T_3 . On remonte ainsi jusqu'à T_n . Le profil global de la température sur toute l'épaisseur est alors une courbe continue composée d'une suite de droites de pente plus ou moins grandes (voir figure III.4).

Si on tient compte maintenant de l'imperfection des contacts aux interfaces, alors le profil de la température n'est plus le même. En effet, ces imperfections introduisent, sur la courbe précédemment établie, des discontinuités au niveau des interfaces. Le résultat est présenté sur la figure suivante.

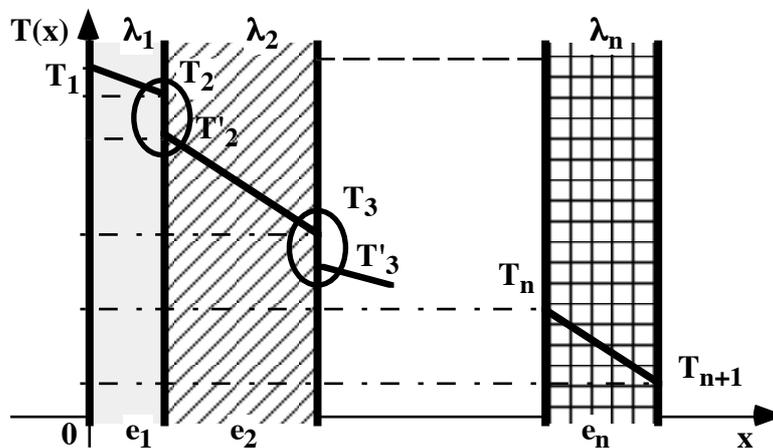


Figure III.5 On a représenté sur cette figure les discontinuités (régions entourées) dues aux imperfections de contact.

THERMIQUE

En fait les contacts réels sont toujours imparfaits, du fait de la présence inévitable de micro-aspérités. Il est possible cependant d'en diminuer les effets. On peut, par exemple, augmenter la pression de serrage, ou diminuer la rugosité des surfaces en contact. On peut également jouer sur la nature du fluide emprisonné dans ces micro-aspérités. De toute façon une variation brutale de la température persiste. On associe à cette variation de température une résistance dite résistance de contact r_i .

Il n'existe pas d'expression simple pour ce type de résistance comme c'est le cas pour la résistance d'un corps homogène. Ceci du fait même de la nature complexe des phénomènes qui entrent en jeu. Néanmoins, des mesures expérimentales permettent d'évaluer cette grandeur et fournissent des valeurs pour différents type de contact. Par exemple, l'ordre de grandeur pour deux solides légèrement rugueux est de $10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}\cdot\text{W}^{-1}$

Il faut alors rajouter ces contributions à la résistance dans l'expression du flux-III.11. On obtient alors la relation

$$\varphi = \frac{(T_1 - T_{n+1})}{\Sigma R_i + \Sigma r_i} \quad \text{III.11-bis}$$

Afin de compléter l'étude, il faut traiter le problème de l'échange de chaleur des surfaces libres avec l'air ambiant. En effet, la température sur la paroi est différente de celle du fluide directement à son contact. On observe une chute de température localisée dans une couche fine que l'on appelle couche limite thermique. On traitera ce problème dans le chapitre suivant car il fait intervenir les échanges de chaleur par convection.

III.3. Convection

Le transfert de chaleur par convection est plus complexe que dans le cas de la conduction car il résulte généralement de la

THERMIQUE

superposition de deux mécanismes. On a d'une part la conduction entre les particules du fluide qui se rencontrent, et d'autre part le mélange de ces mêmes particules par suite du mouvement d'ensemble du fluide. On imagine aisément que le second mécanisme est prédominant. Sous certaines conditions, la conduction prend le dessus. C'est le cas, par exemple, d'un fluide emprisonné dans un local fermé, ou bien lorsque l'écoulement est laminaire (voir en 3.1.c).

L'ensemble des phénomènes traitant de ce problème est pris en compte par un paramètre qui est le coefficient d'échange thermique **h**. C'est à travers le calcul de ce coefficient que l'on définit le type de convection en présence.

Ce chapitre est consacré à l'étude de ce coefficient. Il se divise en trois parties. Dans la première, on présente la loi qui définit le transfert de chaleur et la façon dont intervient le coefficient d'échange dans ce bilan. La deuxième et la troisième partie sont réservées au calcul de **h** à partir d'exemples concrets. Pour le premier exemple la convection est forcée et pour le second la convection est naturelle. Dans tous les cas on suppose que les transferts de chaleur se font sans changement d'état et qu'on est en régime permanent.

III.3.1 Loi de Newton

Dans la convection, le flux de chaleur est associé à la variation de température par la loi de Newton. Cette loi est analogue à la loi de Fourier pour la conduction. Elle s'écrit,

$$\Phi = h S \Delta T \qquad \text{III.12}$$

où **h** est le coefficient d'échange thermique. Il a pour unité: $\text{Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$.

Rapportée à la densité de flux, cette loi s'écrit

$$\varphi = h \Delta T$$

THERMIQUE

a) Coefficient d'échange

Contrairement à la conduction dans les solides, où une mesure expérimentale relativement simple à mettre en oeuvre de λ suffit, la convection nécessite la prise en compte d'un nombre important de paramètres interdépendants. Cette situation rend impossible la formulation d'une loi générale capable de décrire tous les cas de figures. C'est la raison pour laquelle le calcul de h passe par l'étude de problèmes précis. On peut, de cette façon, établir des relations empiriques qui auront chacune leur domaine d'application. On verra, dans les chapitres suivants, comment établir ce type de relations.

b) Résistance thermique

On établit l'expression de la résistance par une démarche analogue à celle faite pour la conduction. On trouve alors, pour une surface d'échange donnée S , la relation suivante

$$R = 1/h$$

III.13

c) Couche limite thermique

Si on reprend l'exemple de la paroi étudiée dans le chapitre précédent, il faut rajouter, à l'expression III.11-bis du flux, la résistance de la couche limite thermique. Comme on l'a dit précédemment, la température des faces externes d'une paroi et la température de l'air ambiant, directement en contact avec ces faces, ne sont pas les mêmes. Cela est dû à l'existence d'une mince couche le long de la paroi qui se distingue du reste du fluide par la nature de son écoulement. En effet, indépendamment du type de mouvement que possède l'ensemble du fluide, l'écoulement dans cette couche est laminaire. Tout se passe comme si il existe des filets de fluide en écoulement parallèle les uns par rapport aux autres qui ne se mélangent pas. Il n'y a donc pas de mélange de matière orthogonalement à la direction de déplacement. Le transfert de chaleur, à travers cette couche, se fait donc essentiellement par

THERMIQUE

conduction. Et comme le coefficient de conductivité d'un fluide est plus faible que celui d'un solide, on observe alors une brutale variation de température localisée dans cette couche limite.

On serait tenté de remplacer la loi de Newton par la loi de Fourier et traiter ainsi la couche limite comme une couche solide fictive supplémentaire qui viendrait se rajoutées de part et d'autre de la paroi. Cela est impossible car on ne connaît pas l'épaisseur de la couche limite. Et c'est justement l'évaluation de cette épaisseur qui rend le calcul de h complexe car elle dépend de la nature du mouvement de l'air ambiant.

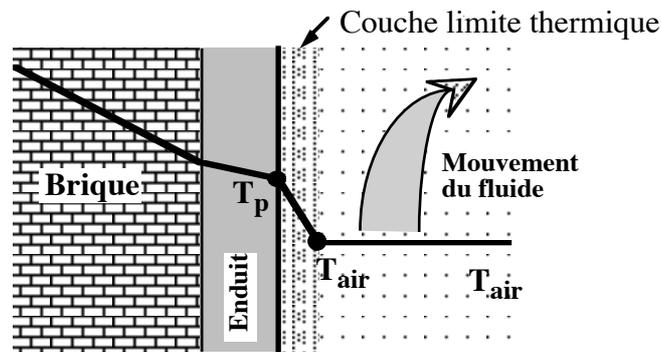


Figure III.6 Échange de chaleur entre une paroi et l'air ambiant à travers la couche limite thermique. La chute de température entre la température de la paroi T_p et celle de l'air ambiant T_{air} y est représentée.

d) Flux global

On peut réécrire la relation III.11-bis sous sa forme générale

$$\varphi = K (T_1 - T_{n+1}) \quad \text{III.14}$$

$$\text{avec } K = \frac{1}{\Sigma R_i + \Sigma r_i + 1/h_1 + 1/h_2}$$

et h_1 et h_2 sont les coefficients d'échanges pour chacune des faces. Ils ne sont pas forcément identiques puisque les conditions

THERMIQUE

d'écoulement, la nature du fluide et la température de part et d'autre de la paroi sont généralement différentes. La relation III.14 exprime la densité de flux à travers toute l'épaisseur de la paroi.

III.3.2 Convection forcée

Afin de simplifier l'établissement des expressions servant au calcul de h , on se propose de traiter le cas d'un fluide chaud s'écoulant à l'intérieur d'un conduit cylindrique. C'est ce qui arrive, par exemple, lorsqu'on ouvre le robinet d'eau chaude. Le mouvement de l'eau, dans ce cas, est entretenu par le robinet.

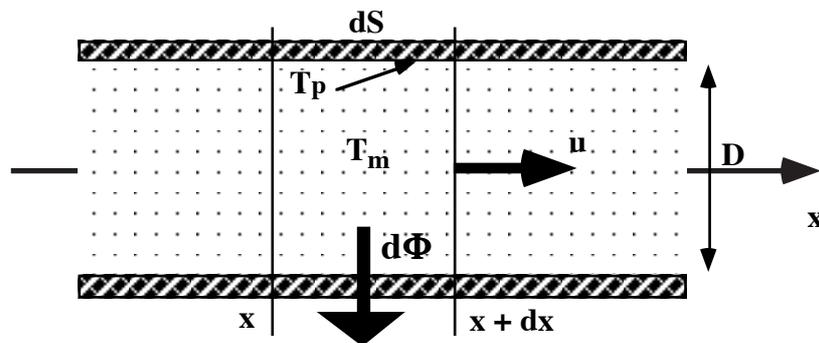


Figure III.7 Coupe transversale dans un tube cylindrique dans lequel s'écoule un fluide. La vitesse moyenne d'écoulement est u . Le flux $d\Phi$ indique la perte de chaleur à travers l'élément de surface dS .

Il est intéressant de connaître la quantité de chaleur perdue par un élément du fluide entre sa sortie du chauffage d'eau et son arrivée au robinet. On doit, pour cela, calculer l'échange de chaleur entre le fluide et le conduit. Ce calcul passe par la connaissance du coefficient d'échange convectif entre le fluide et la paroi puisque

$$d\Phi = h \cdot dS \cdot (T_m - T_p).$$

où $d\Phi$ et la partie du flux traversant la portion de surface dS du conduit, T_p est la température de la paroi et T_m celle du fluide.

THERMIQUE

a) Relation de corrélation

Négligeons la convection naturelle, alors h ne dépend pas de la différence de température. Il reste cependant l'ensemble des caractéristiques du fluide et la prise en compte de la géométrie qui influent sur h . Ces caractéristiques sont définies par les paramètres suivants,

- u** : vitesse moyenne du fluide (imposée par le débit du robinet mais influencée par les caractéristiques du fluide)
- ρ** : masse volumique du fluide (plus il est dense et plus il est lent)
- C_p** : chaleur spécifique du fluide (caractérise la vitesse de chauffage)
- μ^*** : viscosité du fluide (plus un fluide est visqueux et plus il s'écoule lentement; exemple l'huile est plus visqueux que l'eau. Sa dimension $[\mu]$ est le Poiseuille (Pl); 1 Pl = 1Pa.s)
- λ** : conductivité thermique du fluide (il régit le transfert de chaleur dans la couche limite notamment)
- D** : diamètre intérieur du tube
- x** : abscisse de la section considérée par rapport à l'entrée du tube.

Il est pratiquement impossible de déterminer expérimentalement l'influence sur h de chacun des paramètres et définir ainsi une fonction f tel que $h = f(u, \rho, C_p, \mu, \lambda, D, x)$. Il faudrait pour cela ne faire varier qu'une seule grandeur et garder les autres constantes. Or ceci n'est pas possible vu l'interdépendance de chacune des grandeurs.

On peut cependant simplifier le problème à l'aide d'une analyse dimensionnelle. En effet, la fonction f met en relation 8 variables qui s'expriment au moyen de 4 unités seulement. On peut alors construire

* La viscosité mesure le degré d'attachement entre les éléments de volume d'un fluide en écoulement. L'eau ($\mu = 10^{-3}$) s'écoule beaucoup plus rapidement que l'huile ($\mu = 0,8$) dans des circonstances identiques.

THERMIQUE

4 nombres sans dimension à partir de ces 8 variables. Ces nombres sont bien connus des spécialistes, il s'agit du

$$\text{nombre de Nusselt} \quad \equiv N_u = hD/\lambda \quad \text{III.15.a}$$

(Il caractérise l'échange thermique du fluide avec la paroi.),

$$\text{du nombre de Reynolds} \quad \equiv R_e = \rho u D / \mu \quad \text{III.15.b}$$

(Il caractérise la nature de l'écoulement du fluide. On verra plus en détail sa signification au paragraphe b).),

$$\text{et du nombre de Prandtl} \quad \equiv P_r = \mu C_p / \lambda \quad \text{III.15.c}$$

(Il caractérise les propriétés thermiques du fluide.),

le quatrième nombre est simplement l'abscisse réduite x/D qui marque la dépendance de h en fonction de sa position par rapport à l'origine. Dans ces formules, D représente la grandeur caractéristique associée à la géométrie. Si on a une géométrie plane, il faut remplacer D par L qui représente alors une hauteur ou une longueur.

On peut souvent négliger la dépendance de h par rapport à x en se plaçant dans des régions où les caractéristiques de l'écoulement peuvent être considérées comme identiques. Par exemple, dans le cas traité ici, cette dépendance n'intervient que dans une région très proche du robinet. Loin de cette région, on peut considérer que la vitesse d'écoulement est partout la même.

Les relations qui lient ces nombres sans dimensions sont dénommées relations de corrélation. Elles se présentent sous la forme,

$$N_u = F(R_e, P_r) \quad \text{III.16}$$

On est ainsi passé d'une fonction f à 8 inconnues, à la fonction F à 3 inconnues. Les nombres R_e et P_r sont calculables dès que sont connus les paramètres du problème. Il reste alors à définir l'expression de F .

THERMIQUE

Ce travail fait l'objet d'un grand nombre de travaux expérimentaux et d'analyses théoriques. Un grand nombre de corrélations ont été établies, chacune étant valable pour des applications très ciblées. On peut citer par exemple la relation de Colburn;

$$N_u = 0,023.R_e^{4/5}P_r^{1/3} \quad \text{Colburn} \quad \text{III.17}$$

adaptée aux écoulements turbulents entre deux parois. Son domaine de validité est $L/D > 60$ (L est la longueur du tube) et $10000 < R_e < 120000$ pour tous les fluides. Cette formule couvre donc une large gamme de possibilités. De plus, elle peut être généralisée à des géométries plus compliquées en lui rattachant simplement des facteurs de forme.

Figure III.8

Pour un tube court $L/D < 60$

$$N_u = N_u(\text{Colburn}) * [1 + D/L^{0,7}]$$

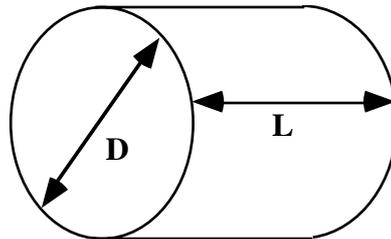
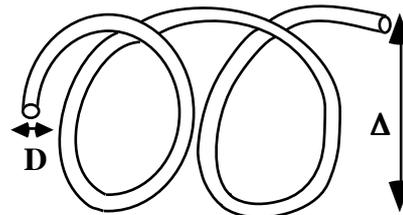


Figure III.9

Pour un serpentin

$$N_u = N_u(\text{Colburn}) * [1 + 3,5D/\Delta]$$



b) Nombre de Reynolds, écoulement laminaire ou turbulent
Comme on l'a dit précédemment, R_e caractérise la nature de l'écoulement (voir figure suivante). On distingue trois types d'écoulement suivant la valeur de R_e .

THERMIQUE

* si $Re < 2000$, l'écoulement est **laminaire**. Le corps semble se composer de filets de fluides qui ne se mélangent pas les uns aux autres.

* si $Re > 3000$, l'écoulement est **turbulent**. Dans ce cas, les éléments de fluides semblent avoir un mouvement chaotique. Le mélange se fait dans toutes les directions.

* si $2000 \leq Re \leq 3000$, l'écoulement est intermédiaire. Les deux régimes d'écoulement se superposent.

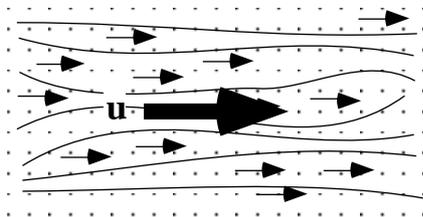


Figure III.10.a Écoulement laminaire avec une vitesse d'ensemble u . Le mouvement des éléments de fluide est ordonné. Il n'y a pas de mélange dans la direction perpendiculaire à u .

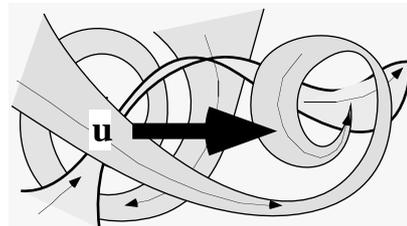


Figure III.10.b Écoulement turbulent avec une vitesse d'ensemble u . Le mouvement des éléments de fluide est chaotique, et le mélange se fait dans toutes les directions.

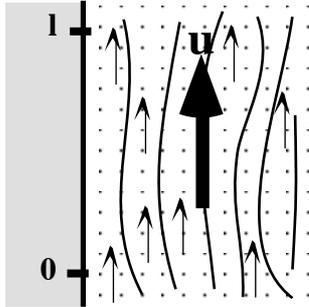
Dans les formules III.15.a, III.15.b et III.15.c D représente la grandeur caractéristique associée à la géométrie. Si on a une géométrie plane, il faut remplacer D par L qui représente alors une hauteur ou une longueur.

Regardons, par exemple, l'échange de chaleur entre un fluide et une paroi. On a les définitions suivantes pour Re et Nu ,

$Re = \rho u l / \mu$ et $Nu = h l / \lambda$ avec l : longueur d'échange entre la paroi et le fluide

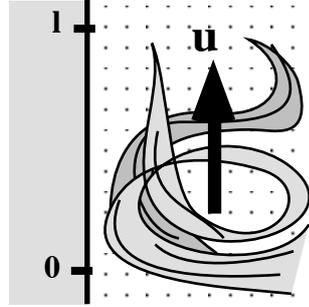
THERMIQUE

* Fluide en écoulement laminaire



$$Nu = \frac{2}{3} Re^{0,5} Pr^{1/3}$$

* Fluide en écoulement turbulent

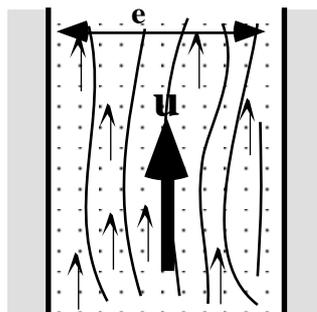


$$Nu = \frac{0,036 Re^{0,8} Pr}{[1 + 0,83(Pr^{0,6} - 1)]}$$

Lorsque le fluide est emprisonné entre deux parois séparées d'une distance "e" alors les expressions deviennent,

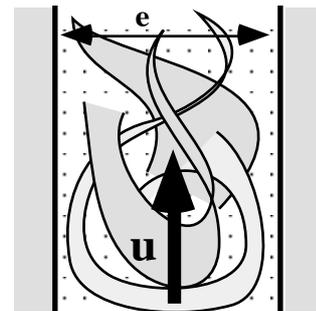
$$Re = \rho u 2e / \mu \quad \text{et} \quad Nu = h 2e / \lambda$$

* Fluide en écoulement laminaire



$$Nu = \frac{3}{4} \quad \text{= Relation de Leveque}$$

* Fluide en écoulement turbulent



$$Nu = \text{Colburn}$$

THERMIQUE

III.3.3 Convection naturelle

On procède de la même façon que pour la convection forcée pour établir les relations de corrélations. Le cas traité, cette fois, est celui d'un fluide froid en contact avec une paroi plane chaude.

Le mouvement du fluide est provoqué simplement par son contact avec la paroi. Au voisinage de la paroi, le fluide, plus chaud que l'air ambiant, voit sa masse volumique diminuer. Il suffit alors de petites perturbations pour déclencher un mouvement ascendant le long de la paroi entretenu par la poussée d'Archimède. La région de l'écoulement définit une zone perturbée appelée couche limite de convection naturelle.

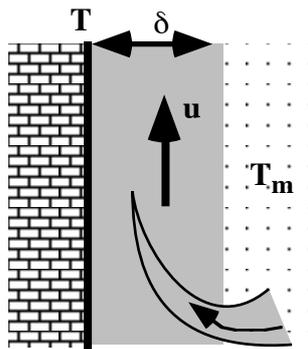


Figure III.11 La couche limite de convection (en gris foncé) a une épaisseur δ généralement très petite. La vitesse d'écoulement u dépend de la différence de température entre la paroi (T) et le fluide (T_m).

a) Relation de corrélation

L'analyse dimensionnelle nous conduit à des relations de corrélation de la même forme que celles trouvées pour la convection forcée.

$$Nu = F(G_r, Pr) \quad \text{III.18}$$

Nu et Pr sont les mêmes nombres que ceux introduits précédemment. On voit cependant apparaître un nouveau nombre G_r à la place du nombre de Reynolds. G_r est le nombre de Grashof. Il joue

THERMIQUE

le même rôle que Re pour la convection forcée, c'est à dire qu'il permet de distinguer l'écoulement laminaire de l'écoulement turbulent.

La relation la plus générale a la forme suivante,

$$Nu = C.(Gr.P_r)^n \quad \text{III.18.bis}$$

où C et n sont des constantes. Le produit $Gr.P_r$ s'appelle aussi nombre de Rayleigh. n dépend de la nature de l'écoulement uniquement. Lorsque l'écoulement est laminaire $n = 1/4$ et lorsqu'il est turbulent $n = 1/3$. C dépend de la nature de l'écoulement, de la géométrie et de l'orientation des parois. Ses valeurs sont fournies dans la littérature sous forme de tableau dans lesquels plusieurs cas de figure sont considérés. On donne ici un exemple de tableau que l'on trouve dans la littérature

Géométrie et orientation de la paroi	Dimension caractéristique	Coefficient C	
		Écoulement laminaire $n = 1/4$	Écoulement turbulent $n = 1/3$
Plaque verticale, Cylindre verticale avec ϕ grand	H	0,59	0,13
Cylindre horizontale	ϕ	0,53	0,1
Plaque horizontale chauffant vers le haut	L	0,54	0,14
Plaque horizontale chauffant vers le bas	L	0,27	0,07

Tableau III.11.bis Exemple de tableau donnant la valeur de C en fonction de la géométrie et de l'orientation des parois.

THERMIQUE

Pour comprendre pourquoi l'échange de chaleur dépend fortement de l'orientation des parois pour la convection naturelle, il suffit d'avoir à l'esprit le fait que le mouvement du fluide s'établit spontanément de bas en haut. Prenons l'exemple d'un plafond et d'un plancher tous deux chauffant une pièce. La chaleur venant du plancher va mieux se diffuser dans la pièce que celle venant du plafond puisque le mouvement de convection et le flux de chaleur sont dans le même sens. Ceci se traduit par une valeur de C plus grande pour le plancher comme on peut le vérifier dans le tableau.

b) Nombre de Grashof

Comme on l'a dit précédemment, la valeur de G_r conditionne la nature laminaire ou turbulente de l'écoulement. Une valeur critique de G_r distingue ces deux domaines. Cette valeur est $G_{rc} = 10^9$.

* Si $G_r \geq G_{rc}$, l'écoulement est **turbulent**.

* Si $G_r < G_{rc}$, L'écoulement est **laminaire**.

Puisque le phénomène de convection naturelle est lié à la variation de la masse volumique des corps et à la différence de poids qui en découle, alors la valeur du nombre de Grashof va dépendre des caractéristiques thermiques et massiques des corps. Son expression est donnée par la formule,

$$G_r = l^3 \rho^2 g \beta \Delta T / \mu^2 \quad \text{III.19}$$

où l est la grandeur caractéristique associée au problème étudié,

g l'accélération de la pesanteur,

β le coefficient de dilatation volumique à pression constante,

ΔT la différence de température,

ρ la masse volumique et

μ la viscosité du fluide.

THERMIQUE

III.4. Rayonnement

Tous les corps émettent un rayonnement de nature électromagnétique lié à leur propre température. Cette émission d'énergie est, dans une gamme de fréquence, identique à un flux de chaleur. Ce rayonnement est en général polychromatique, c'est à dire que le spectre d'émission est composé de plusieurs longueurs d'onde. Ce spectre s'étend de l'infrarouge à l'ultraviolet. Plus la température d'un corps est élevée et plus les fréquences associées à son rayonnement sont élevées. Le bleu de la flamme est plus chaud que le rouge. On montre sur la figure III.12 où se situe le rayonnement thermique sur l'échelle des fréquences.

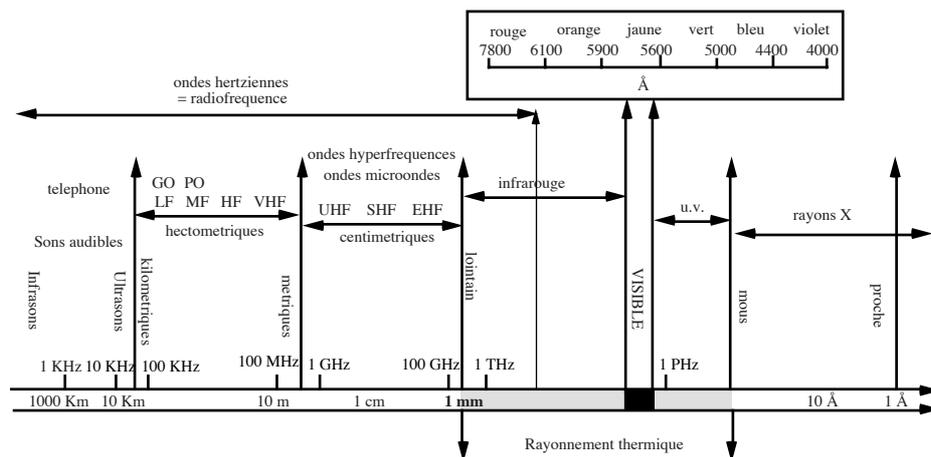


Figure III.12 Le rayonnement thermique se situe, dans l'échelle des fréquences, entre l'infrarouge et l'ultra-violet. Plus les corps sont chauds et plus les fréquences rayonnées sont élevées.

III.4.1 Corps transparents, et corps opaques

En réalité tout corps doit être considéré d'un double point de vue, celui d'émetteur et celui de récepteur. C'est un émetteur puisqu'il

THERMIQUE

rayonne dès que sa température est supérieure au 0 K. On parle alors d'émittance de brillance ou de luminance*.

C'est également un récepteur car il capte tous les rayonnements incidents. On parle alors d'éclairement* ou d'irradiation afin de qualifier ce flux incident. Le rayonnement capté peut être, réfléchi, absorbé ou transmis, selon que le corps est transparent, partiellement transparent ou opaque. On passe en revue, dans ce qui suit, chacune de ces trois catégories.

a) Corps transparents

Dans le vide la propagation du rayonnement se fait en ligne droite sans aucune diminution de l'énergie transportée. Tout le rayonnement incident traverse le corps comme-ci de rien était. Si on note Φ_i ce rayonnement incident et Φ_t le rayonnement transmis alors on a $\Phi_i = \Phi_t$. On définit le facteur de transmission τ par le rapport Φ_t/Φ_i . Le bilan des échanges, entre l'énergie incidente et l'énergie de sortie, s'écrit,

$$\tau = 1$$

III.20

On dit de ce fait que le vide est un milieu parfaitement transparent. La plupart des gaz simples (O_2 , N_2 , H_2 ...) sont des milieux transparents. Du point de vue de l'émission, ces corps émettent de tout leur volume.

* La luminance est mesurée en Candela par m^2 ou encore $cd.m^{-2}$. La candela est la mesure d'une puissance par unité d'angle solide. L'angle solide s'exprime lui en stéradian (sr).

* L'éclairement est mesuré en Lumen par m^2 qui définit le lux (lx) (voir cours d'éclairage). Sachant que le lumen a pour unité le $cd.sr$, il a donc la dimension d'une puissance.

THERMIQUE

b) Corps partiellement transparents

En revanche certains gaz composés (CO_2 , HO_2 , $\text{CO}\dots$) sont dits partiellement transparents, car la propagation s'accompagne d'une diminution de l'énergie transportée. En effet, ces corps absorbent de l'énergie. Cette énergie contribue à chauffer le corps. De plus une faible partie du flux incident est réfléchi dès la surface.

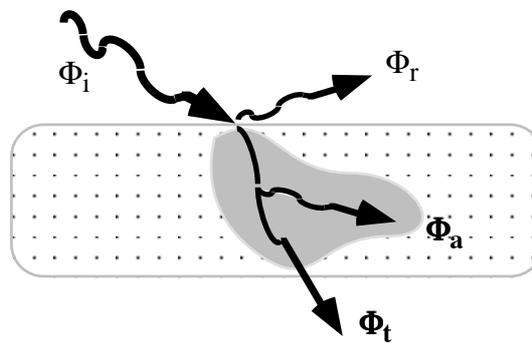


Figure III.13) Corps partiellement transparent. Le flux incident est en partie réfléchi en partie absorbée et en partie transmis.

Le flux incident se divise donc en trois parties. Si on note Φ_a le flux absorbé et Φ_r le flux réfléchi alors on a $\Phi_i = \Phi_r + \Phi_a + \Phi_t$. On définit le facteur de réflexion ρ par le rapport Φ_r/Φ_i et le facteur d'absorption α par le rapport Φ_a/Φ_i . Le bilan d'énergie s'écrit cette fois-ci,

$$\tau + \rho + \alpha = 1 \quad \text{III.21}$$

Certains liquides et solides, comme le plastique et le verre, entrent dans cette catégorie. On peut s'en convaincre en se plaçant, par exemple, derrière une vitre ensoleillée. On sent, quand même, la chaleur issue du rayonnement solaire sur sa peau. Du point de vue de l'émission, ces corps émettent de tout leur volume.

THERMIQUE

c) Corps opaques

La majorité des liquides et des solides sont dits opaques car ils arrêtent la propagation de tout rayonnement dès leur surface. Une grande partie du rayonnement incident est réfléchi et le reste est absorbé au voisinage de l'impact. On appelle la radiosité d'un corps, et on la note J , la somme du rayonnement émis " Φ_e " et du rayonnement réfléchi. Soit

$$J = \Phi_e + \Phi_r \quad \text{III.22}$$

Il n'y a donc pas de flux transmis dans ce cas. La réflexion peut, suivant la qualité de la surface et la nature du corps, conduire à un rayonnement diffus, un rayonnement spéculaire ou être quelconque. Le mode spéculaire, que l'on nomme également mode régulier, suit les lois de l'optique géométrique. Ainsi, l'angle θ_r de la figure III.14.c') est égal à θ_i .

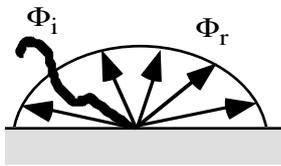


Figure III.14.c) Réflexion diffuse. Φ_r va dans toutes les directions

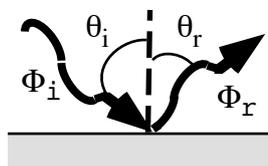


Figure III.14.c') Réflexion spéculaire ou régulière. Φ_r va dans une seule direction.

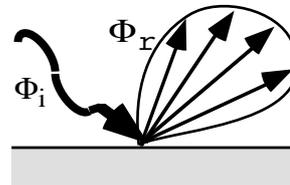


Figure III.14.c'') Réflexion quelconque. Φ_r va dans des directions quelconques.

Le bilan d'énergie s'écrit dans ce cas

$$\rho + \alpha = 1 \quad \text{III.23}$$

Du point de vue de l'émission, les corps opaques rayonnent par leur seule surface contrairement aux corps transparents qui rayonnent par tout leur volume. On définit l'émissance énergétique " e " comme

THERMIQUE

étant le flux rayonné par unité de surface du corps. L'émittance a donc la dimension d'une densité de flux (voir expression III.2). Une grandeur mesurable, appelée luminance ou brillance souvent désignée par la lettre L , est associée à l'émittance. L est en quelque sorte la mesure de l'émittance pour une direction donnée.

On distingue deux catégories de corps opaques. Ceux qui se comportent comme le corps noir et ceux qui se comportent comme les corps gris. On détaille, dans les chapitres suivants, les lois qui décrivent le rayonnement pour les corps opaques.

III.4.2 Le corps noir

Le corps noir est, par définition, le corps opaque qui absorbe tout le rayonnement incident. D'après la définition du facteur d'absorption (chapitre II.4.1.b) et d'après la relation III.23 on a alors les égalités,

$$\alpha = 1 \text{ et } \rho = 0.$$

C'est également celui qui, à une température donnée, émet le maximum d'énergie. On note souvent, pour cette raison, l'émittance "e" du corps noir par un "E" majuscule. Il sert de référence pour définir les propriétés thermiques associées au rayonnement des autres types de corps. En effet, les lois décrivant le rayonnement thermique des corps ont été élaborées à partir des propriétés du corps noir. On développe dans ce qui suit ces propriétés.

a) Loi de Planck

Cette loi définit l'émittance en fonction de la longueur d'onde. Comme on l'a dit en introduction, le rayonnement thermique est polychromatique, mais on sait de plus que l'énergie transportée par chacune des fréquences, composant le spectre d'émission, est différente. La loi de Planck permet justement de décrire cette

THERMIQUE

distribution. Elle énonce l'expression de l'émittance monochromatique E_λ par une relation de la forme,

$$E_\lambda = \frac{A}{\lambda^3 [e^{B/\lambda T} - 1]} \quad \text{III.24}$$

Il est important de préciser que la température est mesurée en Kelvin dans cette expression et celles qui suivent. A et B sont des constantes.

b) Loi de Stefan-Boltzmann

Cette loi fournit l'expression de l'émittance totale, c'est à dire la somme de toutes les énergies associées à chacune des fréquences. Mathématiquement cela revient à intégrer la relation III.24 sur l'ensemble des fréquences, soit de 0 à l'infini

$$E = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda = \sigma T^4 \text{ W.m}^{-2} \quad \text{III.25}$$

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ est la constante de Stéfan (la température étant mesurée en Kelvin).

c) Loi de Wien

Cette loi fournit, pour une température donnée, la longueur d'onde correspondant au maximum de la courbe de distribution de l'énergie.

$$\lambda_m \cdot T = 2898 \text{ } \mu\text{m K}$$

Elle exprime commodément le fait que les maxima se déplacent vers les petites longueurs d'onde lorsque la température augmente. Par exemple, si on chauffe un morceau de fer, il devient progressivement

THERMIQUE

rouge puis orange puis jaune. Avant de devenir visible, soit avant d'émettre dans le rouge, le rayonnement sortait du champ de vision de l'oeil humain. Si on se réfère à la figure III.12, on voit que cette évolution montre une progression vers les petites longueurs d'onde.

III.4.3 Les corps gris

Les corps gris sont les corps opaques qui rayonnent de la même façon pour toutes les longueurs d'ondes. Les métaux ne font pas partie de cette catégorie car leur émissivité dépend fortement de λ .

a) Émissivité

Les corps réels sont toujours en retrait par rapport au corps noir, c'est à dire qu'ils n'émettent qu'une fraction de E_λ . On traduit ce fait en écrivant simplement que l'émittance d'un corps non-noir est défini par la relation

$$e_\lambda = \varepsilon_\lambda \cdot E_\lambda \quad \text{avec } 0 < \varepsilon_\lambda < 1 \quad \text{III.26}$$

ε_λ est appelée l'émissivité ou bien encore le facteur d'émission monochromatique.

Les corps gris correspondent au cas particulier où ε_λ est indépendant de λ . L'émittance totale pour les corps gris se réduit donc à la relation

$$e = \varepsilon \sigma T^4 \text{ W.m}^{-2} \quad \text{III.27}$$

b) Loi de Kirschoff

Cette loi stipule que, pour les corps gris, le facteur d'absorption est égal à l'émissivité.

$$\alpha = \varepsilon \quad \text{III.28}$$

THERMIQUE

Pour les corps non gris il faut faire la distinction pour chacune des longueurs d'onde. La relation est

$$\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda.$$

c) Application

Calcul de l'échange de chaleur par rayonnement entre deux surfaces opaques et grises séparées par un milieu parfaitement transparent.

Ces deux surfaces sont supposées parallèles et infinies. Elles sont définies par leur émissivité ε_1 et ε_2 et leur température T_1 et T_2 . D'après la définition, l'émittance de chacune des parois est,

$$e_1 = \varepsilon_1 \sigma T_1^4 \quad \text{et} \quad e_2 = \varepsilon_2 \sigma T_2^4$$

La quantité de chaleur échangée entre ces deux surfaces peut être définie comme étant la différence entre le rayonnement émis par une des surfaces moins celui qu'elle a absorbé. Afin de simplifier le calcul de cette quantité, on se propose de suivre le parcours d'une fraction du rayonnement émis par la surface S_1 , comme cela est indiqué sur la figure III.15.

THERMIQUE

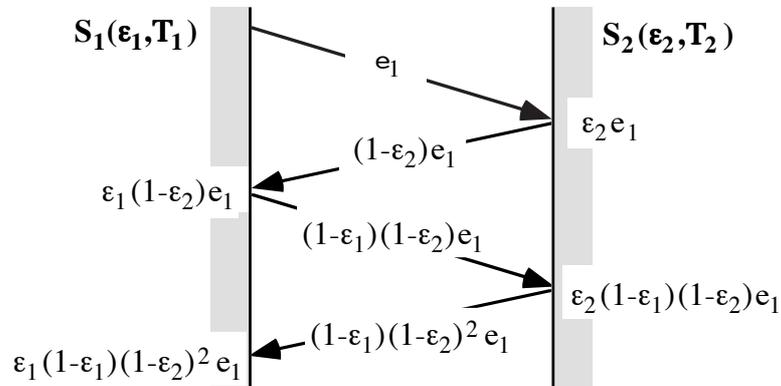


Figure III.15 Le flux e_1 , émis en un point de S_1 , subit durant son parcours, une infinité de réflexion et d'absorption. On a représenté sur cette figure les premières étapes de ce parcours.

Soit e_1 une fraction du rayonnement émis par la paroi 1 en un point quelconque. Comme le milieu séparant les deux surfaces est parfaitement transparent, il n'y a aucune dissipation d'énergie et la totalité de e_1 arrive sur la surface de la paroi 2. Par définition, la paroi 2 absorbe la quantité $\epsilon_2 e_1$ de l'énergie incidente et réfléchit le reste soit $(1-\epsilon_2)e_1$. La partie réfléchi du rayonnement va retourner jusqu'à la paroi 1 qui va à son tour absorber une fraction ϵ_1 du rayonnement incident, soit $\epsilon_1(1-\epsilon_2)e_1$, et réfléchir le reste, soit $(1-\epsilon_1)(1-\epsilon_2)e_1$. Ce scénario se poursuit indéfiniment vu qu'il n'y a aucune dissipation d'énergie intermédiaire et que les deux surfaces sont supposées infinies.

La somme infinie des termes inscrits dans la paroi de gauche constitue l'énergie totale absorbée par la paroi 1 du flux e_1 . Soit,

$$G_1 = \epsilon_1 (1 - \epsilon_2)e_1 [1 + (1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2) + (1 - \epsilon_1)^2(1 - \epsilon_2)^2 + (1 - \epsilon_1)^3(1 - \epsilon_2)^3 + \dots]$$

G_1 est une somme géométrique de raison $(1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)$ et de premier terme $\epsilon_1 (1 - \epsilon_2)e_1$, elle se réduit alors à l'expression

THERMIQUE

$$G_1 = [\varepsilon_1 (1 - \varepsilon_2)e_1] / [1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)]$$

La somme infinie des termes inscrits dans la paroi de droite constitue l'énergie totale absorbée par la paroi 2 du flux e_1 . Soit D_1 cette quantité, on obtient alors, par un raisonnement analogue au précédent, l'expression suivante

$$D_1 = [\varepsilon_2 e_1] / [1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)]$$

Si on s'intéresse maintenant au sort du rayonnement émis par la paroi 2, on arrive, moyennant une permutation appropriée des indices, aux expressions suivantes

$$\begin{aligned} G_2 &= [\varepsilon_1 e_2] / [1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)] \quad \text{et} \\ D_2 &= [\varepsilon_2 (1 - \varepsilon_1)e_2] / [1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)] \end{aligned}$$

Soit $\varphi_{1,2}$ la chaleur échangée entre les deux surfaces, on a alors

$$\begin{aligned} \varphi_{1,2} &= e_1 - (G_1 + G_2) = e_2 - (D_1 + D_2) \\ &= \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{[1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)]} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \end{aligned}$$

IV Conclusion

En guise de conclusion, on aborde, sans rentrer dans les détails, la méthode employée pour la détermination des déperditions de chaleur d'un local. Ces calculs sont en quelque sorte la pierre d'achoppement de la théorie décrite tout au long de ce cours, puisque leur finalité est la limitation de la consommation de l'énergie. La question de l'économie de l'énergie est un problème suffisamment

THERMIQUE

important pour envisager l'élaboration d'un cours consacré uniquement à l'étude détaillée des formules employées à cette fin.

On se contente de donner ici les expressions générales servant à ces calculs. Celles-ci sont fournies dans la réglementation thermique contenue dans les D.T.U. Le bilan d'énergie tient compte des échanges de chaleur par transmission à travers les parois et ceux par renouvellement d'air. C'est donc la contribution de deux termes

$$DB = DBP + DBR \quad W$$

où DBP sont les déperditions de base à travers les parois et DBR ceux par renouvellement d'air.

L'expression détaillée de DBP est la suivante

$$DBP = \Sigma (DP.\Delta T) \quad \text{où} \quad DP = \Sigma (K.S) + \Sigma (k.L) \quad W \text{ } ^\circ C^{-1}$$

DP est la déperdition de chaleur par degré d'écart à travers une paroi et ΔT est la différence de température de part et d'autre des parois. Dans cette expression, K est le coefficient de transmission surfacique que l'on a calculé dans ce cours et qui est donné par la relation générale III.14. On voit apparaître une nouvelle grandeur qui est le coefficient de transmission linéique k. Ce coefficient tient compte des échanges de chaleur à travers les liaisons présentes entre les différentes parois. L est la longueur de chacune de ces liaisons. Du fait de la grande variété des formes et de la constitution des ossatures formant les liaisons, il n'existe pas une expression unique pour k, comme c'est le cas pour K. Il faut alors traiter au cas par cas pour élaborer l'expression analytique qui fournira la valeur la plus réaliste. Ceci rend donc son calcul difficile. Bien heureusement il est possible de se procurer ses valeurs dans des tableaux fournis dans la littérature.

THERMIQUE

En ce qui concerne les déperditions de base par renouvellement d'air d'un logement, son calcul se fait à l'aide de la formule

$$DBR = DR.\Delta T \quad \text{où} \quad DR = 0,34 (\beta.Q_v + \alpha.Q_s) \text{ W } ^\circ\text{C}^{-1}$$

DR est la déperdition de chaleur par degré d'écart à travers une paroi et ΔT est la différence de température de part et d'autre de la paroi. 0,34 est la chaleur volumique de l'air ($\text{Whm}^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$), Q_v est le débit spécifique de ventilation (m^3h^{-1}) dû aux dispositifs de ventilation, et Q_s est le débit supplémentaire de ventilation dû à l'effet du vent. α et β sont des constantes valant approximativement 1,8 et 2. Un terme correctif peut être introduit dans l'expression de DBR tenant compte de l'exposition au vent du logement.

On construit à partir de DP et DR le coefficient volumique de déperdition, que l'on note, dans les D.T.U., GV. C'est ce coefficient qui sert directement à apprécier la qualité thermique d'un logement. Sa valeur est calculée à partir de la formule suivante

$$GV = (DP + DR) \text{ W } ^\circ\text{C}^{-1}$$

On divise également ce coefficient par le volume du logement afin de s'affranchir de la taille des logements étudiés.

Partie IV : Acoustique

ACOUSTIQUE

I Introduction

L'acoustique est la branche de la physique qui a pour objet l'étude des phénomènes sonores. Le son est le nom que l'on donne à toutes sensations auditives dues à l'arrivée sur l'oreille d'une onde dont la fréquence est comprise entre 20 Hz et 20 kHz. Cette plage spectrale délimite, dans le champ plus général de la physique des ondes mécaniques dans un milieu continu, le domaine d'application de l'acoustique. Au dessous des 20 Hz se trouvent les infrasons et au dessus des 20 kHz se trouvent les ultrasons.

En architecture, l'acoustique est utilisée pour la conception d'enceintes douées de qualités acoustiques déterminées. Par exemple, les salles d'audition doivent posséder un temps de réverbération optimal. Elle sert également à améliorer l'isolation phonique des bâtiments. Ainsi, des matériaux nouveaux et des structures toutes aussi nouvelles ont vu le jour grâce à des recherches poussées dans ce domaine.

L'acoustique englobe aussi bien les aspects physiques que ceux physiologiques, c'est à dire, ceux en relation avec l'ouïe. Chacune des grandeurs physiologiques est définie à partir de grandeurs et de phénomènes physiques.

On a, pour ces raisons, organisé ce cours en trois parties. Dans la première partie, on développe l'aspect physique. La seconde partie est consacrée à l'approche physiologique. La troisième partie est réservée aux grandeurs employées en architecture.

II Aspects physiques

Du point de vue de la physique, l'étude des phénomènes sonores consiste dans l'analyse de l'interaction des ondes sonores avec le

ACOUSTIQUE

milieu environnant. Cela comporte aussi bien l'étude de l'interaction avec le milieu de propagation que celle avec les corps solides.

L'onde sonore est composée de variations périodiques de la pression du milieu dans lequel elle se propage. En effet, contrairement au rayonnement thermique, qui se propage dans le vide, les ondes acoustiques ont besoin d'un support matériel pour se propager. On a représenté sur la figure II.1 les perturbations engendrées par une source sonore sur l'air.

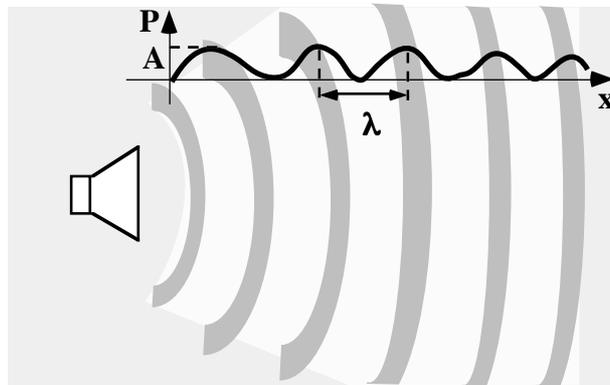


Figure II.1 L'air, représenté ici par le fond gris, subit des variations périodiques de la pression, engendrées par le son du haut parleur.

II.1 Caractéristiques physiques du son

Comme tous signaux périodiques, l'onde sonore est caractérisée par sa période temporelle T , sa période spatiale ou longueur d'onde λ et son amplitude A (voir figure II.1). On définit, à partir de ces grandeurs et des caractéristiques du milieu de propagation, la fréquence et l'intensité associées. En effet, le son transmis dépend fortement du support matériel. Par exemple, la vitesse du son change lorsque la température du milieu augmente (ce point est vu plus en détail dans le chapitre suivant).

ACOUSTIQUE

II.1.1 Fréquence et longueur d'onde

La fréquence d'un signal, notée généralement ν , est simplement l'inverse de la période temporelle. Elle s'exprime donc en s^{-1} ou plus communément en Hz*. La relation entre la fréquence et la longueur d'onde associée, que l'on désigne généralement par λ , est

$$\lambda = c_s/\nu = c_s T \quad \text{II.1}$$

Dans cette relation, c_s est la vitesse du son pour le milieu ambiant considéré.

Il n'existe pas, dans la nature, de son défini par une seule fréquence. Dans la majorité des cas, le son est composé de plusieurs fréquences. On parle, pour cela, de structure spectrale, qualifiant sa composition en fréquence. Mais de toutes les façons, et comme on l'a dit dans l'introduction, les fréquences sonores audibles par l'oreille humaine se situent entre 20 Hz et 20 kHz.

II.1.2 Vitesse du son

La vitesse du son dépend de la masse volumique et du coefficient d'élasticité du milieu. Cette dépendance se traduit par la relation

$$c_s = \sqrt{E/\rho} \quad \text{II.2}$$

où ρ est la masse volumique du milieu et E son élasticité. L'élasticité mesure la capacité de déformation des corps lorsqu'ils sont

* Hertz Heinrich (1857-1894) C'est l'unité employée pour évaluer des oscillations périodiques quelle que soit leur nature. 1 Hz correspond à une période par seconde.

ACOUSTIQUE

soumis à des contraintes. Les deux paramètres, ρ et E , dépendent de la température. Pour les gaz la dépendance est forte. On a ainsi pour l'air

$$c_s (16^\circ\text{C}) = 340,5 \text{ ms}^{-1} \text{ et } c_s (0^\circ\text{C}) = 331,4 \text{ ms}^{-1}$$

Pour les liquides, on peut considérer que ρ et E sont indépendants de la température. Pour l'eau on a

$$c_s = 1428 \text{ ms}^{-1}$$

II.1.3 Puissance intensité et pression

La puissance mesure la quantité d'énergie par unité de temps transportée par l'onde sonore à travers une surface donnée. Bien sûr, elle dépend des paramètres de l'onde, période et amplitude, mais également des caractéristiques du milieu traversé, masse volumique et vitesse du son. Son expression est

$$W = \rho A^2 c_s S (2\pi\nu)^2/2 \quad \text{W} \quad \text{II.3}$$

où S est la surface traversée et A l'amplitude.

L'oreille présente une surface de réception qui ne laisse pénétrer qu'une petite quantité de la puissance rayonnée par une source. L'emploi de l'intensité, pour mesurer la puissance perçue par l'oreille, est alors plus commode. Cette grandeur n'est autre que la puissance par unité de surface. Son expression est obtenue en supprimant S dans la formule II.3.

$$I = \rho A^2 c_s (2\pi\nu)^2/2 \quad \text{Wm}^{-2} \quad \text{II.4}$$

Considérons une source rayonnant uniformément dans tout l'espace. Notons W la puissance sonore débitée par cette source. Supposons que l'espace, dans lequel le son se propage, est isotrope et

ACOUSTIQUE

complètement transparent (il n'y a pas d'absorption d'énergie pendant la propagation), alors l'intensité décroît comme l'inverse du carré de la distance à la source. Cela peut être compris simplement à travers le schéma suivant,

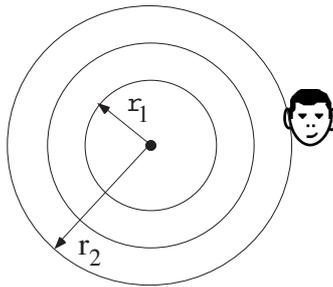


Figure II.2 Propagation du son dans un milieu isotrope et transparent.

Le son se propageant, la puissance se répartit uniformément sur des sphères concentriques de plus en plus grandes. Le centre de ces sphères n'est autre que la source elle-même. La sphère la plus excentrée s'appelle le front d'onde. On comprend bien alors que la puissance traversant 1 m^2 du front d'onde est plus faible que celle traversant 1 m^2 d'une sphère plus proche de la source. Si on colle une oreille sur le front d'onde (voir figure II.2), la puissance perçue sera égale au produit de l'intensité par la surface de l'oreille.

Comme l'intensité dépend de la fréquence (en v^2 équation II.4), alors la valeur seuil de l'intensité, à partir de laquelle l'oreille humaine commence à percevoir un signal, dépend également de la fréquence. Cette valeur seuil, qui est aussi utilisée comme valeur de référence pour la mesure des intensités, est choisie conventionnellement pour une fréquence de 1 kHz et vaut

$$I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2} \quad \text{II.5}$$

ACOUSTIQUE

La puissance sonore de référence correspondante est

$$W_0 = 10^{-12} \text{ W} \quad \text{II.6}$$

Comme on l'a dit précédemment, l'onde sonore n'est rien d'autre qu'une perturbation de la pression. Elle se compose d'une suite périodique de surpression et de dépression. Ces perturbations sont liées à l'intensité par la relation

$$P = \sqrt{I} \rho c_s \text{ Pa} \quad \text{II.7}$$

La pression seuil correspondant à I_0 est

$$P_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \quad \text{II.8}$$

En dessous de cette modulation de la pression, l'oreille humaine ne perçoit aucune sensation. On verra plus loin, lorsqu'on abordera l'aspect physiologique, comment ces grandeurs sont associées à l'échelle des mesures des sensations auditives humaines.

Il est intéressant d'observer l'impressionnante capacité de l'oreille. En effet, si l'on compare la valeur de P_0 avec les valeurs de la pression atmosphérique normale (soit à peu près 10^5 Pa) on trouve un rapport d'environ 10^{10} . Cela signifie que l'oreille humaine est sensible à une variation de un dix-milliardième de la pression.

II.2 Propagation du son

L'espace ambiant est rempli d'ondes de différentes natures. On trouve simultanément des ondes sonores, thermiques ou lumineuses. De plus, dans chacune de ces catégories, plusieurs fréquences coexistent. Par exemple, dans un espace urbain, les sources sonores sont multiples. Tout ceci fait qu'une onde ne se propage jamais seule, et des mélanges inévitables se produisent entre ondes de même nature.

ACOUSTIQUE

L'oreille humaine ne perçoit que la résultante de toutes ces combinaisons.

II.2.1 Interférence

Parmi les combinaisons possibles, celles qui se produisent entre fréquences voisines sont les plus facilement perceptibles par l'oreille humaine. Ces combinaisons sont à la base des phénomènes d'interférences.

Afin de simplifier la description de ces phénomènes, imaginons deux ondes de même fréquence issues d'une même source et se propageant ensemble. On constate alors que la sensation auditive résultante n'est pas constante mais qu'elle varie. La figure suivante illustre simplement ce phénomène.

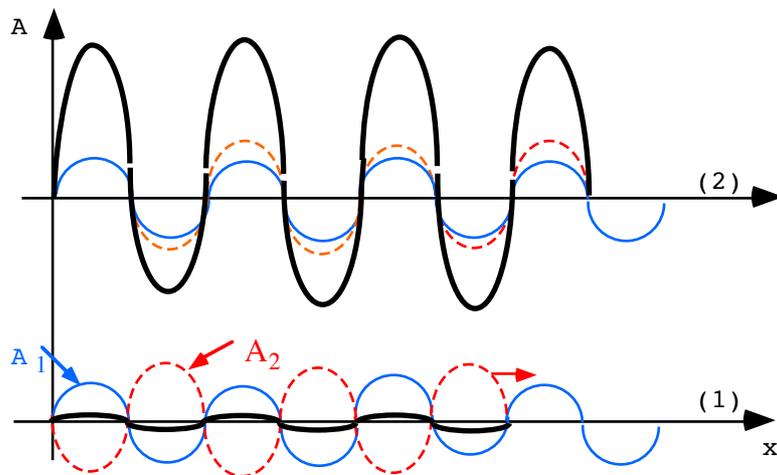


Figure II.3 Les deux ondes ont la même période mais sont d'amplitude différente. La résultante est représentée en trait gras. Dans le cas (1) les 2 ondes sont en opposition de phase et dans le cas (2) les 2 ondes sont en phase .

Lorsque les deux ondes sont de même amplitude, alors les sensations auditives sont nulles lorsque les deux ondes sont en opposition de phase. Lorsqu'elles sont en phase, les sensations auditives sont au maximum, puisque l'amplitude résultante est le

ACOUSTIQUE

double de celle initiale. Le niveau sonore varie donc entre ces deux cas extrêmes.

Ces phénomènes d'interférences sont facilement mis en évidence par l'expérience du trombone de Koenig, schématisée par la figure suivante

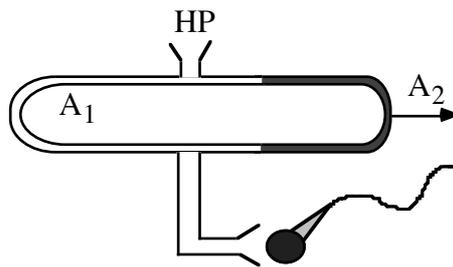


Figure II.3.bis Lorsque le manche du trombone en gris se déplace, le son parcourt un chemin \pm long provoquant un déphasage entre le son des 2 manches.

L'onde émise par la source se divise en deux parties égales, une dans chaque manche. On se retrouve donc grâce à cette expérience dans le cas de la figure II.3. Le microphone voit arriver simultanément des paires d'ondes de même fréquence et de même amplitude. L'action sur le manche du trombone revient à déplacer une des deux sinusoïdes de la figure II.3 dans un sens ou l'autre comme cela est indiqué. On peut ainsi, en se référant au son enregistré par le microphone, ajuster le manche de façon à ce que les ondes soient en phase ou en opposition de phase.

II.2.2 Effet Doppler

Un autre phénomène fréquemment observable est l'effet Doppler. Il explique pourquoi dans certains cas, la fréquence perçue est différente de celle réellement émise. Ce phénomène se produit lorsque le récepteur ou alors la source sont en mouvement. On l'observe dans la vie courante en écoutant, par exemple, une voiture ou une moto roulant à très grande vitesse et passant devant nous. Lorsque

ACOUSTIQUE

l'engin se rapproche le son semble devenir plus aigu et, lorsque l'engin s'éloigne le son semble redevenir plus grave.

Des relations simples entre la fréquence émise et la fréquence reçue traduisent clairement ces phénomènes.

- Supposons tout d'abord que la source est en mouvement et le récepteur immobile. La relation entre la fréquence perçue ν_r et celle émise ν_s est

$$\nu_r = \nu_s / (1 - v_s/c_s) \quad \text{II.9}$$

où v_s est la vitesse de la source et c_s celle du son. On voit bien, avec cette relation, que lorsque la source se rapproche, c'est à dire que v_s et c_s sont de même sens ($v_s/c_s > 0$), ν_r devient supérieure à ν_s . De même lorsque la source s'éloigne, c'est à dire que v_s et c_s sont de sens opposé ($v_s/c_s < 0$), alors ν_r est inférieure à ν_s . Ceci confirme l'exemple de l'auto cité plus haut.

- Supposons maintenant que c'est le récepteur qui bouge. Alors la relation est

$$\nu_r = \nu_s (1 - v_r/c_s). \quad \text{II.10}$$

Dans ce cas, la vitesse du récepteur et celle du son sont opposées lorsque le récepteur se rapproche. La fréquence reçue (ν_r) est donc supérieure à celle émise (ν_s).

II.2.3 Réflexion, absorption et transmission

Comme tout rayonnement, l'arrivée d'une onde sonore sur un obstacle produit une onde réfléchie, une onde absorbée puis une autre transmise. La quantité d'énergie, associée à l'onde sonore qui sera réfléchie ou alors transmise, dépend essentiellement de la fréquence

ACOUSTIQUE

de l'onde et de son angle d'incidence avec la normale à la surface concernée.

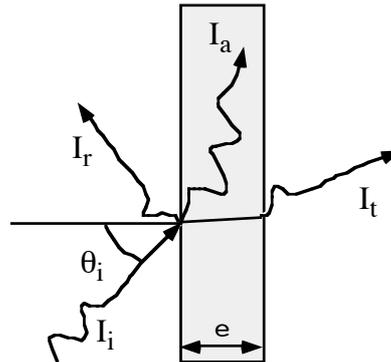


Figure II.4 Onde d'angle d'incidence θ_i et d'intensité I_i . I_r est l'intensité réfléchie, I_a celle absorbée et I_t celle transmise.

La dépendance avec l'angle d'incidence est facile à expliquer. En effet, on conçoit bien qu'une onde arrivant en incidence rasante ($\theta_i = 90^\circ$) va avoir plus de mal à traverser un obstacle que si elle arrive en incidence normale. Pour ce qui est de la fréquence, son effet sur l'interaction va dépendre du rapport de la longueur d'onde avec les dimensions caractéristiques du problème. Dans le cas de la figure II.4 la longueur d'onde est comparée à l'épaisseur e de la paroi. Quand la longueur d'onde est beaucoup plus grande que l'épaisseur ($\lambda \gg e$), l'onde poursuit sa propagation comme si elle ne voyait pas l'obstacle. Lorsque la longueur d'onde est du même ordre de grandeur que l'épaisseur, l'interaction est plus forte et les réflexions deviennent plus importantes.

C'est pour ces raisons, que les parois communément employées dans le bâtiment isolent moins bien les locaux des bruits aériens composés de fréquences graves que ceux comportant des aiguës. Pour s'en convaincre, considérons l'intervalle fréquentiel d'audibilité. La longueur d'onde correspondant à la fréquence minimum vaut 17 m et celle correspondant au maximum est 17 mm.

ACOUSTIQUE

Les propriétés physiques d'une paroi vis à vis de ces interactions sont caractérisées par les paramètres suivant,

- le facteur de réflexion $\rho = I_r / I_i$
- le facteur d'absorption $\alpha = I_a / I_i$
- le facteur de transmission $\tau = I_t / I_i$

où I_i est l'intensité incidente, I_r l'intensité réfléchie, I_a l'intensité absorbée et I_t l'intensité transmise (voir figure II.4). La conservation de l'énergie impose la relation suivante

$$\rho + \alpha + \tau = 1$$

L'écho est une manifestation physiologique produite par la réflexion. De même que l'indice d'affaiblissement d'une paroi est associé à la transmission. Ces notions sont vues plus en détail au chapitre suivant.

II.2.4 Diffraction

Disposons entre une source et un auditeur, un écran parfaitement réfléchissant. Bien que la totalité de l'onde parvenant sur la surface de l'écran soit réfléchie, l'auditeur entend quand même le son émis par la source. Ceci est dû au phénomène de diffraction produit par les extrémités de l'écran. En effet, chacun des points, formant les limites de l'écran, se comporte comme une source secondaire.

ACOUSTIQUE

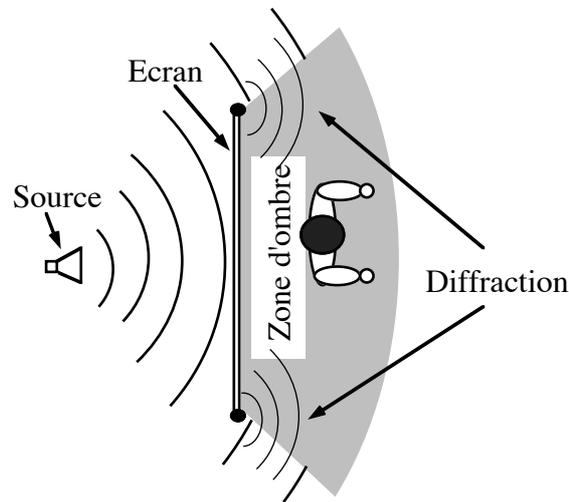


Figure II.5 Bien que l'écran soit totalement réfléchissant, l'auditeur entend le son émis par la source

C'est le même phénomène que l'on observe lorsqu'on dispose un écran devant une source lumineuse. On n'a pas l'obscurité totale derrière l'écran. Par analogie avec la lumière, on dit que l'auditeur est dans la zone d'ombre de l'écran.

III Aspects physiologiques

L'approche physiologique de l'acoustique définit des grandeurs en relation avec les sensations auditives de l'oreille humaine. Ces grandeurs sont elles mêmes définies à partir de grandeurs physiques. On parle ainsi d'intensité sonore ou **sonie** pour évoquer les sensations auditives liées au niveau sonore. Cette grandeur est définie à partir de l'intensité physique (expression II.4). Le son se caractérise également par sa hauteur ou **tonie** et par son timbre. La première désigne la sensation distinguant les sons plus ou moins graves. La seconde, plus difficile à percevoir, est la sensation sonore à la présence

ACOUSTIQUE

d'harmoniques*. Ces deux grandeurs sont liées à la structure spectrale du son.

L'intensité sonore et la composition spectrale du son sont à la base de toutes les grandeurs introduites par la suite pour les besoins de la construction dans le bâtiment.

III.1 Aire d'audibilité

L'oreille humaine connaît une double limitation, une en fréquence et l'autre en intensité. En effet, notre ouïe n'entend que les fréquences comprises entre 20 Hz et 20 kHz. En dessous se trouve les infrasons et au dessus les ultrasons. La limitation en intensité est définie par la limite inférieure ou **seuil d'audibilité** qui correspond au niveau minimal de pression acoustique provoquant une sensation auditive, et la limite supérieure ou **seuil de douleur** qui correspond au niveau minimal de pression provoquant une sensation de douleur. Ces limites définissent l'aire d'audibilité de l'oreille humaine.

Les valeurs de ces limites sont fonction de l'individu. Par exemple, une personne âgée a plus de mal à entendre qu'un jeune. On sait de même que certains animaux entendent des fréquences qui sortent du champ fréquentiel de l'humain.

III.1.1 Hauteur et timbre des sons

Afin de fixer les idées, sur le sens des mots spectre et composition spectrale, on a utilisé les touches d'un piano comme échelle des fréquences. On a disposé sur cette échelle la position relative de différents instruments de musique et de différentes voix humaines empruntées à l'opéra.

* Les harmoniques sont des fréquences multiples. Par exemple, une voix peut être composée de la fréquence 100 Hz et de ses harmoniques 200 Hz, 300 Hz, 400 Hz...

ACOUSTIQUE

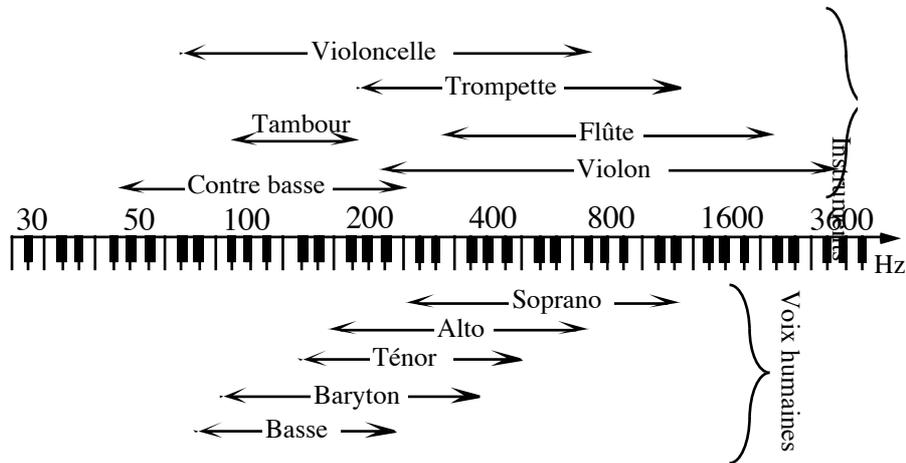


Figure III.1 échelle des fréquences musicales. Le piano, qui couvre la plus grande plage spectrale, permet plus de combinaisons.

Une touche du piano produit une fréquence précise. On a indiqué (surface grise sur le diagramme suivant) la note "La" à 435 Hz. Au contraire la voix humaine se compose de plusieurs fréquences réparties continûment sur une plage de fréquences. L'énergie se répartit aléatoirement sur l'ensemble de ces fréquences. Par exemple, la voix d'un soprano contient toutes les fréquences comprises entre 200 Hz et 1 kHz. La voix du soprano est plus haute que celle du baryton puisqu'elle émet un son plus aigu.

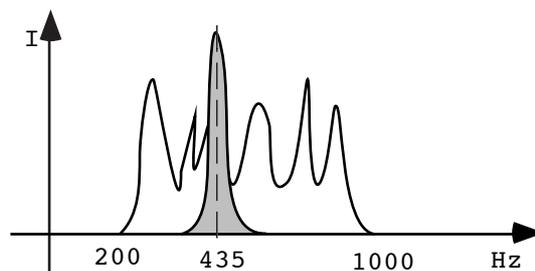


Figure III.2 Le pic en gris correspond à la note La. L'autre courbe décrit le spectre d'une voix d'un soprano

ACOUSTIQUE

On dit d'une voix qu'elle a un bon **timbre** lorsque son spectre comporte des harmoniques. La voix du soprano, dessinée sur le diagramme, présente des pics répartis aléatoirement. Il ne possède aucun timbre particulier. Pour que cela soit le cas, il aurait fallu avoir sur le spectre des pics situés à des fréquences multiples les unes des autres.

III.1.2 Intensité sonore, décibel (dB)

L'expérience montre que la sensation liée au niveau sonore est sensiblement proportionnelle au logarithme de l'intensité physique (expression II.4). Pour ces raisons, on a construit une quantité sans dimension, appelée intensité sonore, traduisant cette proportionnalité. Son expression est donnée par la formule

$$L_I = 10 \text{ Log } (I/I_0) \text{ dB} \quad \text{III.1}$$

où I_0 est la valeur qui sert de référence (équation II.5).

Pour la pression, on aura la relation

$$L_P = 20 \text{ Log } (P/P_0) \text{ dB} = L_I \quad \text{III.2}$$

Le facteur 2 vient du fait que la pression est proportionnelle à la racine de l'intensité (expression.II.7).

On peut de la même façon créer un niveau de puissance associé à la puissance physique générée par la source. On a alors

$$L_W = 10 \text{ Log } (W/W_0) \text{ dB} \quad \text{III.3}$$

Comme on l'a dit précédemment, l'intensité décroît comme l'inverse du carré de la distance (r) à la source. Cette observation entraîne bien évidemment une relation entre le niveau de puissance et

ACOUSTIQUE

le niveau d'intensité. Il faut cependant distinguer différents cas. Ainsi lorsque la source rayonne de façon identique dans tout l'espace, on a la relation suivante :

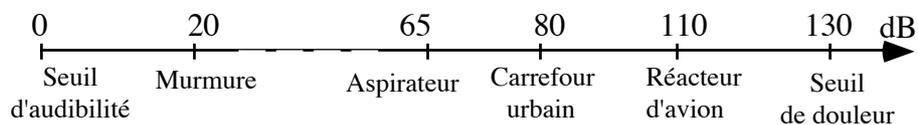
$$L_I = L_W - 20 \text{ Log}(r) - 11 \text{ dB} \quad \text{III.4}$$

Lorsque la source est posée sur une surface plane parfaitement réfléchissante, alors elle rayonne uniquement dans l'hémisphère supérieure. La relation devient dans ce cas,

$$L_I = L_W - 20 \text{ Log}(r) - 8 \text{ dB} \quad \text{III.5}$$

Le nom donné à l'unité dB est un hommage rendu à A. G. Bell inventeur du téléphone. Cette unité a d'abord été utilisée en acoustique puis étendue ensuite à d'autres domaines. En fait, toutes les mesures de gain sont exprimées en décibel. Ce n'est pas une unité conventionnelle puisqu'il désigne des grandeurs sans dimension.

On peut donner, maintenant que l'on a défini l'unité de mesure des niveaux d'intensité, une échelle et la taille du champ d'audibilité de l'oreille humaine. En ce qui concerne le seuil d'audibilité, sa valeur est 0 puisque, comme on l'a dit au chapitre précédent, I_0 est la limite inférieure à partir de laquelle on commence à entendre (il suffit de remplacer I par I_0 dans l'expression III.1 pour s'en convaincre). Pour le seuil de douleur, la valeur est approximativement 130 dB. On a représenté sur l'échelle suivante quelques bruits caractéristiques de la vie courante.



ACOUSTIQUE

Il faudrait préciser ici la distance de mesure à la source pour compléter les informations indiquées sur cette échelle. Dans certains cas, cette distance peut être évaluée si on connaît la puissance générée à la source. Par exemple, on sait que la puissance de la voix humaine se mesure en W, celle d'un amplificateur est de l'ordre de la centaine de Watt. La puissance d'un avion se mesure en kW, et celle d'une fusée en MW. On utilise pour cela les relations III.4 et III.5. Lorsque la source a de grandes dimensions, comme par exemple le carrefour urbain, l'évaluation à partir de la relation III.5 doit se faire loin du carrefour.

- Addition de deux niveaux sonores.

On peut déterminer le niveau de bruit produit par un ensemble de sources à partir des niveaux sonores produits par chacune de ces sources. Cela permet de faire des calculs préalables d'acoustique lors de la conception d'un local.

Considérons le cas de deux sources émettant simultanément. Le niveau sonore résultant (en dB), en un point donné de l'espace, n'est pas égal à la somme des niveaux sonores de chacun des bruits mais il est donné par la relation

$$L_R = 10 \text{ Log } (10^{0,1.L_1} + 10^{0,1.L_2}) \quad \text{III.6}$$

où L_1 est le niveau sonore produit par la première source et L_2 celui produit par la seconde. Pour retrouver cette formule, on additionne les intensités physiques et non les niveaux sonores (la démonstration est laissée en exercice).

Ce résultat peut être généralisé à un ensemble plus grand de sources. Dans ce cas, l'expression générale est

$$L_R = 10 \text{ Log } (\sum_i 10^{0,1.L_i})$$

- Soustraction de deux niveaux sonores

ACOUSTIQUE

On procède de la même façon lorsqu'on désire soustraire 2 niveaux sonores. Supposons, par exemple, que l'on connaît le niveau sonore L_1 produit par une machine à laver. La mesure du bruit dans un local est celle du bruit de fond qui est la résultante L_R de tous les bruits émis. Si l'on veut alors connaître le niveau sonore L_2 sans la machine il faut appliquer la formule

$$L_2 = 10 \text{ Log} (10^{0,1 \cdot L_R} - 10^{0,1 \cdot L_1})$$

III.1.3 Diagramme de Fletcher

Comme on peut le voir sur la formule II.4, l'intensité physique est fonction de la fréquence. Ceci a des répercussions sur les sensations perçues par l'humain. Par exemple, un signal de 2 kHz produit un sifflement sonore alors qu'un signal de même amplitude mais de fréquence beaucoup plus petite, est à peine audible.

Le physiologiste H. Fletcher a rassemblé l'ensemble de ces observations sur un réseau de courbes obtenues à partir d'une étude statistique faite sur un nombre important d'individus. Chaque courbe correspond à l'intensité pour laquelle toutes les fréquences audibles provoquent une sensation de niveau égale à celle du niveau du son de référence de 1 kHz. Ces sensations de niveau sont appelées sonie et les courbes correspondantes sont dites isosoniques.

On a représenté, sur le diagramme suivant "diagramme: de Fletcher", cinq de ces courbes. Les deux extrêmes correspondent aux limites d'audibilité et les trois autres servent de références pour la définition des pondérations (voir chapitre suivant).

ACOUSTIQUE

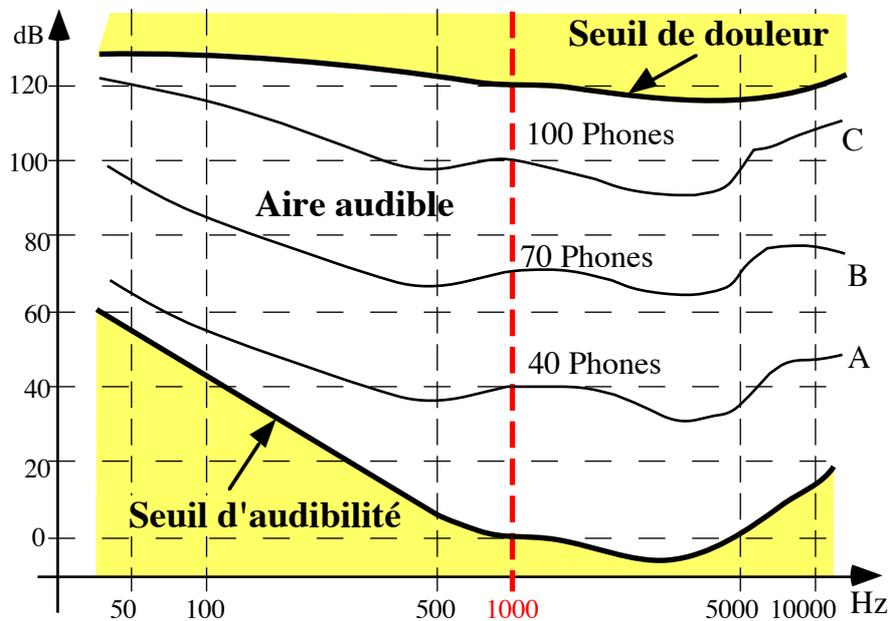


Figure III.3 Diagramme: de Fletcher. L'aire audible est délimitée par les 2 seuils. L'aire audible est composée d'un réseau de courbes. Seules les courbes correspondant aux courbes de pondérations ont été représentées.

L'échelle des sensations définie pour 1 kHz sert d'étalon de mesure pour les autres fréquences. L'unité de mesure, pour les niveaux de sensations sonores associés à cette fréquence est le phone (voir figure III.3).

Pour définir une sensation auditive, on procède de la façon suivante . On produit un son à une fréquence quelconque, puis on fait varier l'intensité de ce dernier afin de parvenir à l'égalité des sensations avec le son à 1 kHz. Il faut, par exemple, 65 dB à 50 Hz pour avoir la même sensation que 40 dB à 1 kHz.

III.1.4 Décibel pondéré

Le décibel pondéré est une seconde unité qui tient compte des différences de sensations produites par des sons de fréquences différentes. Il permet de caractériser les éléments de construction à

ACOUSTIQUE

partir d'une seule valeur. Dans la pratique, on dispose d'appareils de mesure équipés de système pondérateur pour évaluer ces valeurs uniques. Les sonomètres, qui n'affichent qu'une seule valeur pour un bruit mesuré, sont équipés de filtres qui jouent le rôle de pondérateur.

Il existe trois types de pondérations, qui sont le dB(A), dB(B), dB(C). Ces pondérations sont basées sur les courbes isosoniques du diagramme de Fletcher (voir figure III.3).

- La pondération correspondant à la courbe de 40 phones du réseau de Fletcher définit le dB(A). Cette courbe de pondération sert à mesurer des niveaux de bruit compris entre 0 et 55 dB.

- La pondération correspondant à la courbe de 70 phones du réseau de Fletcher définit le dB(B). Cette courbe de pondération sert à mesurer des niveaux de bruit compris entre 55 et 85 dB.

- La pondération correspondant à la courbe de 100 phones du réseau de Fletcher définit le dB(C). Cette courbe de pondération sert à mesurer des niveaux de bruit compris entre 85 et 130 dB.

La pondération la plus communément utilisée, en architecture, est le dB(A). Comment, d'un point de vue pratique, s'effectue cette pondération ? Pour répondre à cette question, considérons un bruit quelconque dont la répartition spectrale par bandes d'octave (voir chapitre III.1.5 suivant) est la suivante,

125 Hz	250	500	1 kHz	2 kHz	4 kHz
30 dB	29 dB	25 dB	24 dB	22 dB	20 dB

La pondération consiste à soustraire, au bruit mesuré, l'écart des sensations perçues par rapport à la fréquence de référence 1 kHz et défini à partir des courbes de Fletcher. Par exemple, pour la courbe de pondération A représentée par bandes d'octave, on a

125 Hz	250 Hz	500 Hz	1 kHz	2 kHz	4 kHz
16,1 dB	8,6 dB	3,2 dB	0 dB	-1,2 dB	-1 dB

ACOUSTIQUE

Après soustraction des niveaux dans chacune des bandes d'octave, on obtient le spectre suivant,

125 Hz	250 Hz	500 Hz	1 kHz	2 kHz	4 kHz
13,9 dB	20,4 dB	21,8 dB	24 dB	23,2 dB	21 dB

Le niveau sonore résultant en dB(A), produit par ce bruit, est la contribution des bruits de chacune des bandes d'octave. Sachant que ce sont les intensités physiques qui s'additionnent (voir III.6), on obtient,

$$L = 10 \text{ Log}(10^{1,39} + 10^{2,04} + 10^{2,18} + 10^{2,4} + 10^{2,32} + 10^{2,1}) \\ = 29,4 \text{ dB(A)}$$

III.1.5 Bande d'octave

Les normes en vigueur dans le bâtiment se limitent à une fraction des fréquences audibles. De plus, cette fraction est divisée en bandes d'octave ou en bandes de tiers d'octave suivant les pays. Dans la même idée que l'utilisation du dB(A), la répartition en bandes d'octave permet de réduire le nombre de lois nécessaires à l'élaboration des normes. Sinon il faudrait une loi pour chaque fréquence ce qui signifie une infinité de lois puisqu'il existe une infinité de fréquences.

Qu'est ce qu'une octave ? La définition est la suivante

Octave : Intervalle entre deux sons dont les fréquences sont telles que l'une est le double de l'autre.

Bande d'octave : Elle caractérise la largeur d'une bande de fréquence dont la fréquence supérieure est le double de la fréquence inférieure.

Bande de tiers d'octave : Elle permet une analyse plus fine que la bande d'octave. Chaque

ACOUSTIQUE

bande d'octave est divisée en trois parties.

Ces trois définitions sont résumées par la figure suivante,

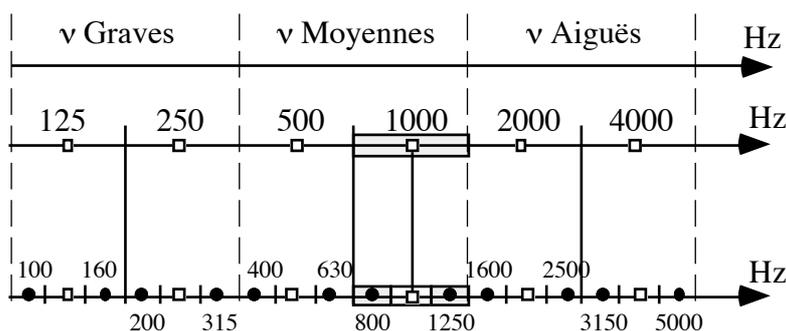


Figure III.4 L'échelle du milieu est la division en bande d'octave, celle du bas correspond au bande de tiers d'octave.

Toujours pour établir ces normes, on distingue différents types de bruits faisant partie de notre quotidien. Parmi ces bruits, on cite deux types de bruits qui servent de références pour la définition des caractéristiques acoustiques d'éléments de construction. On a d'une part le bruit rose qui sert essentiellement à caractériser les cloisons intérieures, et d'autre part le bruit routier qui sert aux parois extérieures. Ces deux bruits sont représentés sur la figure III.5.

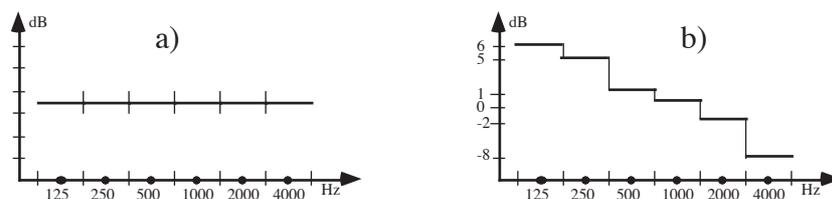


Figure III.5 La courbe a) représente le bruit rose, et la courbe b) le bruit routier. Les variations sont définies par rapport à la bande d'octave centrée sur la fréquence 1 kHz.

ACOUSTIQUE

Le bruit rose, qui a la même intensité sonore sur l'ensemble des bandes d'octaves, est sensé simuler les bruits émis à l'intérieur des bâtiments ainsi que les bruits émis par le trafic aérien. Le bruit routier dont l'intensité par bande d'octave est fixée par rapport à la bande centrée sur 1 kHz, simule le bruit provoqué par le trafic routier et ferroviaire.

Des appareils expérimentaux reproduisant ces bruits ont été construits afin de définir en laboratoire les caractéristiques acoustiques des différents matériaux ou compositions intervenant dans le bâtiment. On a pu ainsi répertorier dans des bases de données les différents éléments ou structures utiles à la construction et prévoir sur papier avec une meilleure précision, les futurs édifices. On donne dans le chapitre suivant quelques exemples d'applications de ces définitions.

III.2 Application dans le bâtiment

Plusieurs grandeurs ont été introduites pour définir les propriétés acoustiques de structures dans le bâtiment. C'est par exemple le temps de réverbération d'une pièce ou bien l'indice d'affaiblissement d'une paroi ou encore l'isolement acoustique brut entre deux pièces.

On passe en revue, dans ce chapitre, ces différentes grandeurs et leur mode d'application.

III.2.1 Réverbération

Quand, dans un local, l'émission d'un bruit cesse, on remarque que le bruit demeure pendant un certain temps. Cette persistance, appelée réverbération, est due aux réflexions multiples sur les parois du local. La durée de cette persistance est appelée durée de réverbération. Cette traînée sonore est d'autant plus longue que le volume du local est important et que les parois sont réfléchissantes. Elle dépend aussi de paramètres difficilement quantifiables comme, par exemple, la façon dont le local est meublé. Il apparaît alors nécessaire, afin d'élaborer des normes communes, de définir le temps

ACOUSTIQUE

de réverbération pour un local vide. Des corrections acoustiques peuvent être apportées par la suite lors de l'ajout de meubles.

La définition retenue par la convention internationale pour la durée de réverbération d'un local, est le temps que met le son pour que son niveau d'intensité diminue de 60 dB après interruption de la source sonore. Cela correspond à une diminution de l'intensité physique de 1 million de Wm^{-2} .

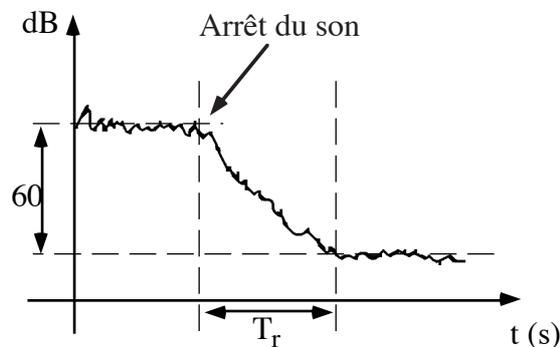


Figure III.6 Définition de la durée de réverbération à partir d'une mesure directe faite à l'aide d'un sonomètre.

Une expression simple, donnée par la formule de Sabine* , est utilisée pour prévoir un ordre de grandeur du temps de réverbération. Elle s'écrit

$$T_r = 0,16 V / (S \cdot \alpha) \quad \text{s} \quad \text{III.7}$$

où T_r est le temps de réverbération, V le volume du local en m^3 , S la surface des parois du local en m^2 et enfin α le facteur d'absorption des parois. On voit, sur cette formule, que le temps de réverbération est proportionnel à V et inversement proportionnel à α .

* Sir Edward Sabine 1788-1833

ACOUSTIQUE

Le produit $S_i \cdot \alpha_i$ est appelé aire d'absorption équivalente. On le désigne par la lettre A . Lorsque les parois du local sont de nature différente, ce qui est le cas le plus fréquent, alors l'aire d'absorption équivalente est la somme des aires d'absorptions équivalentes. Dans ce cas, on a

$$A = \sum S_i \cdot \alpha_i \quad \text{et} \quad T_r = 0,16 V / A \quad \text{s}$$

Il est également fréquent d'avoir une paroi composée de matériaux différents. C'est le cas d'une paroi avec une fenêtre et une porte. Pour le calcul de A on procède comme précédemment. On fait la somme des aires d'absorption équivalente associées à chacun des éléments composant la paroi.

La recherche du temps de réverbération optimal, pour un local donné, n'est pas forcément celle correspondant à la durée la plus courte. Cette durée peut varier de la fraction de seconde, c'est le cas des salles de réunion, à quelques secondes comme c'est le cas des salles de concert.

Les normes en vigueur utilisent souvent comme fréquences de références, pour définir le coefficient α et T_r , les octaves centrées autour des fréquences 500, 1000 et 2000 Hz. Par exemple, la réglementation relative aux établissements d'enseignement ne prend en compte que les octaves centrées sur 500, 1000 et 2000 Hz. On fait la moyenne des trois valeurs de T_r obtenues pour chacune des fréquences pour la définition du temps de réverbération de ces locaux. Pour les circulations dans les habitations, la réglementation fait référence uniquement à l'octave centrée autour de 500 Hz.

III.2.2 Isolement acoustique brut D_b et normalisé D_{nT}

L'isolement acoustique brut est défini comme étant la différence des niveaux sonores, entre le local d'émission et le local de réception.

ACOUSTIQUE

Soit L_1 le niveau d'intensité sonore de la pièce d'émission et L_2 celui de la pièce de réception, alors

$$D_b = L_1 - L_2 \quad \text{III.8}$$

Considérons l'exemple suivant schématisant deux pièces mitoyennes

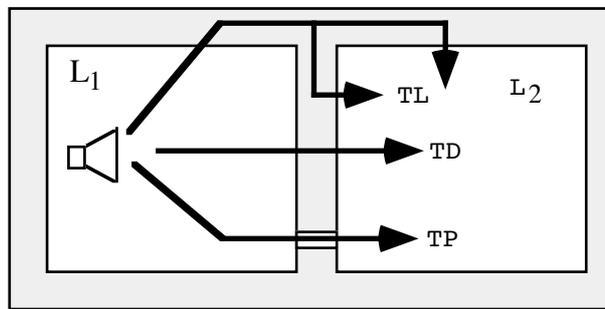


Figure III.7 Transmission du son entre deux pièces mitoyennes. TL désigne une transmission latérale, TD une transmission directe et TP une transmission parasite.

Le son arrive au local de réception par différents chemins. Une partie du son émis va emprunter les parois latérales. La transmission est dite latérale. Une autre va traverser la paroi séparatrice. C'est la transmission directe. Enfin, le son va emprunter les différents trous ou conduits joignant les deux pièces. Ce sont les transmissions parasites.

Le niveau sonore, mesuré dans le local de réception, dépend du temps de réverbération de ce local. Plus ce temps est long et plus L_2 est grand, puisque le son nouvellement arrivé s'ajoute au son persistant. Afin de prendre en compte l'influence de la durée de réverbération du local de réception sur la mesure de L_2 , on rajoute, à l'expression de l'isolement brut, un terme correctif faisant intervenir T_r . La nouvelle grandeur ainsi construite est appelée l'isolement

ACOUSTIQUE

acoustique normalisé D_{nT} en dB ou D_{nAT} en dB(A). Son expression est donnée par la formule suivante,

$$D_{nT} = D_b + 10 \text{ Log}(T_r/T_o) \text{ dB}$$

où T_r est le temps de réverbération de la salle et T_o est un temps de réverbération de référence. Dans les bâtiments d'habitation ou les établissements d'enseignement on choisit conventionnellement $T_o = 0,5 \text{ s}$.

- Composition de deux isolements

Il est possible, comme on l'a fait pour les niveaux sonores, d'additionner ou de soustraire différents types d'isolement. Prenons pour exemple le cas de la figure III.7 et supposons connus, l'isolement obtenu lorsque le son se transmet uniquement à travers la paroi séparatrice TD, et l'isolement obtenu lorsque le son transmis est uniquement celui des transmissions parasites TP. Soit D_{b1} le premier isolement et D_{b2} le second. Alors l'isolement résultant est donné par la formule

$$D_{br} = -10 \text{ Log} (10^{-0,1D_{b1}} + 10^{-0,1D_{b2}}) \quad \text{III.9}$$

La démonstration est laissée en exercice.

III.2.3 Indice d'affaiblissement acoustique R

a) Définition

L'indice d'affaiblissement acoustique, R, caractérise l'aptitude d'une paroi à atténuer la transmission directe du bruit. R est exprimé en dB ou en dB(A). Il est défini par la relation

$$R = 10 \text{ Log} (1/\tau) \quad \text{III.10}$$

où τ est le facteur de transmission de la paroi.

ACOUSTIQUE

Lorsque la paroi est composée de plusieurs matériaux, comme dans le cas d'une paroi comportant une porte ou une fenêtre, l'indice résultant est calculé à partir de la valeur moyenne τ_m du facteur de transmission de la paroi.

Prenons l'exemple d'une paroi comportant une porte. Supposons que le mur est défini par τ_1 et la porte par τ_2 , alors,

$$\tau_m = [\tau_1 S_1 + \tau_2 S_2] / [S_1 + S_2]$$

où S_1 et S_2 sont les surfaces en m^2 de chaque composant. On peut aussi calculer l'indice d'affaiblissement résultant, directement à partir des valeurs des indices d'affaiblissement de chacun des composants lorsque ceux-ci sont connus. Pour cela, on utilise la formule suivante

$$R_r = 10 \text{ Log} \left(\frac{S_1 + S_2}{S_1 \cdot 10^{-0,1R_1} + S_2 \cdot 10^{-0,1R_2}} \right)$$

où R_1 et R_2 sont les indices d'affaiblissement en dB ou en dB(A) de chacun des composants. Cette expression est obtenue à partir de τ_m . La démonstration est laissée en exercice.

b) Relation entre R et D_b

Une mesure directe de R est difficile à réaliser. Pour y parvenir, il faudrait réussir à séparer complètement la paroi analysée de la structure environnante servant à la maintenir en équilibre et susceptible de propager le son. Il existe, cependant, des expériences en laboratoire qui répondent en partie à ces exigences.

Pour illustrer ces expériences, reprenons l'exemple de la figure III.7. On opère, alors, sur le cadre servant à maintenir la paroi en équilibre, des césures afin de limiter au maximum les transmissions

ACOUSTIQUE

latérales. On s'assure également qu'il n'existe aucune brèche dans la paroi permettant les transmissions parasites.

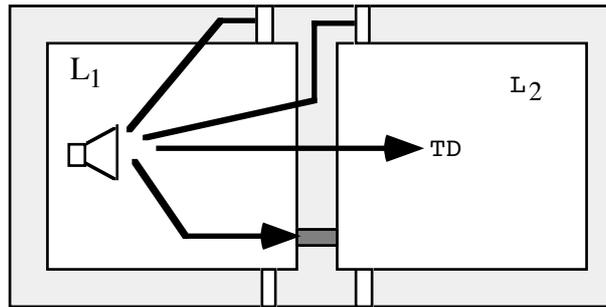


Figure III.8 Les transmissions latérales sont stoppées par des sections dans les parois. Les transmissions parasites sont supprimées en comblant les trous.

Dans ce cas, la différence de bruit, entre le niveau sonore du local de réception L_2 et du local d'émission L_1 , est due seulement à l'atténuation provoquée par la paroi. Ceci revient à dire que l'isolement acoustique brut est relié à l'indice d'affaiblissement de la paroi. La relation entre ces deux grandeurs est donnée par la formule

$$R = L_1 - L_2 + 10 \log (S / A)$$

où S est la surface de la paroi et A l'aire d'absorption équivalente du local de réception.

Supposons que la figure III.8 représente une expérience faite en laboratoire pour caractériser l'indice d'affaiblissement d'une cloison intérieure en béton de 20 cm d'épaisseur et de 465 kg m^{-2} de masse surfacique. Supposons de plus que le son créé par le haut parleur est produit par une machine émettant un bruit rose. Alors le résultat des mesures de l'intensité sonore dans le local de réception donnée par bande d'octave ou par bande de tiers d'octave donne la courbe suivante,

ACOUSTIQUE

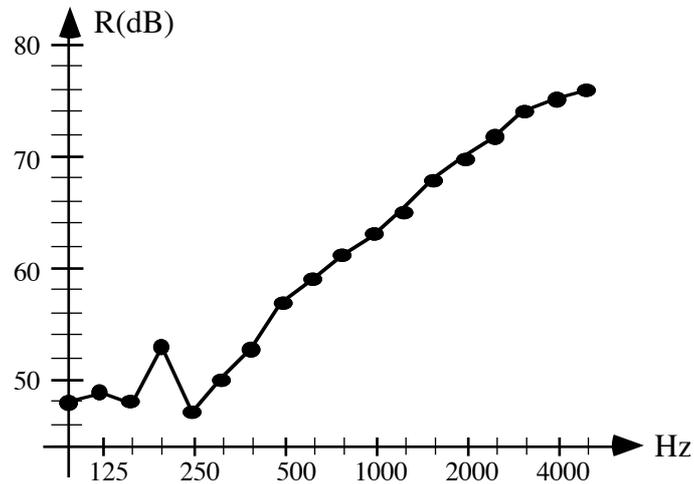


Figure III.9 Indice d'affaiblissement acoustique d'une paroi de béton de 20 cm et de masse surfacique de 465 kg/m².

Cette courbe confirme bien la remarque faite au chapitre II.2.3, qui faisait observer que l'atténuation des aiguës comparée à celle des graves est meilleure dans le cas des parois communément utilisées dans le bâtiment.

c) Équations de la loi de masse

Un nombre important de mesures en laboratoire, a permis d'établir une loi de masse expérimentale donnant la valeur en dB(A) de l'indice d'affaiblissement d'une paroi simple en fonction de sa masse surfacique. On entend par paroi simple, une paroi qui n'est pas constituée par 2 parements séparés par un isolant, comme par exemple les doubles vitrages.

La masse surfacique, qu'on note m_s , est obtenue en multipliant la masse volumique du matériau par l'épaisseur de la paroi. Par exemple, sachant que le béton a une masse volumique de 2300 (kgm⁻³), une paroi en béton de 20 cm d'épaisseur a une masse surfacique

ACOUSTIQUE

$$m_s = 2300 \text{ (kgm}^{-3}\text{)} \times 0,2 \text{ m} = 460 \text{ kgm}^{-2}$$

Ainsi pour un bruit rose, cette loi s'écrit,

- Pour $50 \leq m_s < 150 \text{ kgm}^{-2} \Rightarrow R = 17 \log(m_s) + 4 \text{ dB(A)}$
- Pour $150 \leq m_s \leq 700 \text{ kgm}^{-2} \Rightarrow R = 40 \log(m_s) - 46 \text{ dB(A)}$
- Pour $m_s > 700 \text{ kgm}^{-2} \Rightarrow R$ est plafonné à 68 dB(A)

Pour un bruit routier, cette loi s'écrit,

- Pour $50 \leq m_s < 150 \text{ kgm}^{-2} \Rightarrow R = 17 \log(m_s) + 9 \text{ dB(A)}$
- Pour $150 \leq m_s \leq 670 \text{ kgm}^{-2} \Rightarrow R = 40 \log(m_s) - 50 \text{ dB(A)}$
- Pour $m_s > 670 \text{ kgm}^{-2} \Rightarrow R$ est plafonné à 63 dB(A)

Cette loi fait apparaître que R augmente quand la masse surfacique de la paroi augmente.

Partie V : Eclairage

ÉCLAIRAGE

I Introduction

Ce cours s'articule essentiellement autour du thème de la lumière naturelle. Comme notre première source de lumière sur terre est le rayonnement solaire, nous avons donc consacré la première partie à la description de l'interaction de la terre avec le soleil. Cette description complète également le cours de thermique puisque le soleil est aussi notre principale source de chaleur. Nous introduisons également dans ce cours le système d'unités adaptée à la mesure de la lumière. Les grandeurs définies ici sont bien entendu valables pour l'éclairage artificiel. La dernière partie est plutôt consacrée à la composition de ce rayonnement et à la nature même de la lumière. Son interaction avec les corps solides y est développée. Une attention particulière est apportée aux corps transparents vu que l'objectif de ce cours est l'utilisation optimale de cet éclairage naturel.

II La terre autour du soleil

II.1 Saisons et ensoleillement

II.1.1 Cycles de Milutin Milankovitch

L'ensoleillement de la terre est le résultat de phénomènes cycliques plus ou moins longs. Ainsi, dans sa rotation autour du soleil, la terre voit ses rythmes saisonniers changer continuellement sous l'effet de trois oscillations. Le cycle le plus long concerne l'orbite de la terre, le second l'inclinaison de son axe par rapport au plan de l'écliptique et le troisième sa rotation autour de son axe. Le plan de l'écliptique étant le plan contenant l'orbite de la terre.

ÉCLAIRAGE

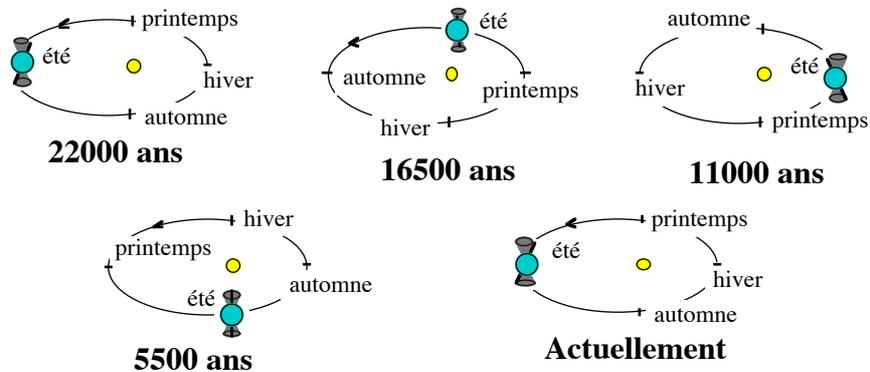


Figure II.1 On indique, dans cette représentation de la rotation de la terre autour du soleil, les positions relatives des saisons sur l'orbite terrestre induites par la rotation de l'axe des pôles autour de sa position moyenne.

Pendant le premier cycle, qui dure 100.000 ans, la terre voit son orbite passer d'une forme elliptique à celle d'un cercle presque parfait. à cette évolution, se superpose une oscillation de la terre dans sa rotation autour de son axe due à l'attraction conjuguée du soleil et de la lune. Ainsi, en 22.000 ans, l'axe des pôles décrit un cône dans l'espace. Ce cycle, combiné avec le premier, fait que les saisons ont lieu en des points différents de l'orbite et donc, à des distances différentes du soleil. Un troisième cycle de 41.000 ans fait varier l'inclinaison de l'axe des pôles par rapport à la perpendiculaire du plan de l'écliptique entre $21^{\circ}8$ et $24^{\circ}4$.

II.1.2 Situation actuelle

Actuellement l'axe de la terre est incliné de $23^{\circ}4$. Elle est dans une phase de diminution ce qui tend à atténuer le contraste entre les saisons. L'orbite de la terre est une ellipse. Il faut noter que le soleil n'est pas exactement au centre de cette ellipse. Ceci entraîne l'existence d'un point, le plus éloigné du soleil sur l'ellipse appelé l'aphélie, et d'un point le plus proche ou périhélie. Il faut aussi noter que l'écart de distance entre les deux points est de $5 \cdot 10^6$ km alors que la distance moyenne de la terre au soleil est de $150 \cdot 10^6$ km. Les

ÉCLAIRAGE

variations d'ensoleillement dues à cette variation de distance sont seulement de 3%. Aujourd'hui l'été se produit lorsque la terre est à son aphélie (voir figure II.2).

Les évolutions citées plus haut ne sont pas perceptibles par l'humain dont la durée de vie est beaucoup trop courte. Sa vie est plutôt rythmée par des cycles très courts comme l'alternance quotidienne du jour et de la nuit ou celle annuelle des saisons. Cependant, il est bon d'avoir à l'esprit l'existence des cycles longs afin de mieux comprendre l'histoire climatique de la terre et de connaître les modifications subies par l'humain durant toute son existence.

II.1.3 Les saisons

Les saisons sont provoquées par le fait que l'axe de la terre n'est pas perpendiculaire au plan de l'écliptique mais forme avec sa perpendiculaire un angle de $23^{\circ}4'$.

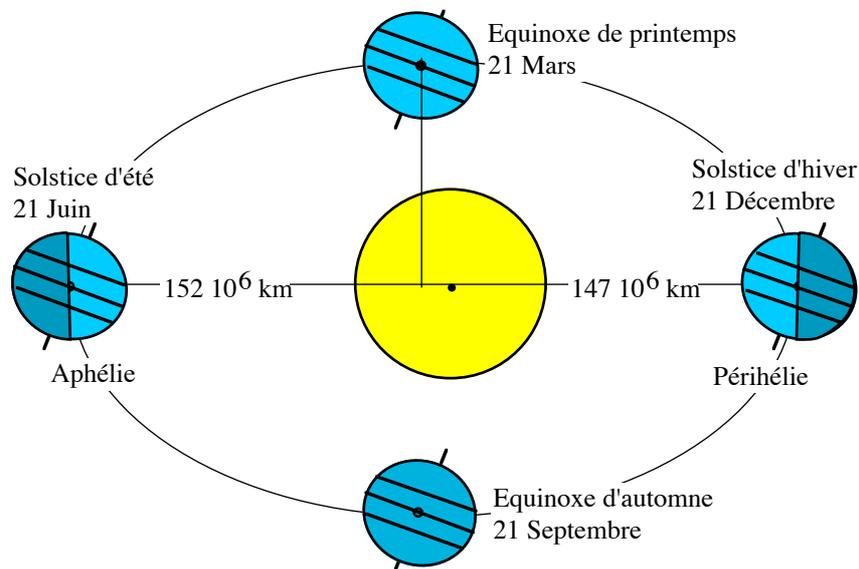


Figure II.2 Cette figure montre l'influence de l'inclinaison de la terre par rapport à la perpendiculaire de l'écliptique. On peut voir par exemple qu'en été

ÉCLAIRAGE

on a bien un ensoleillement continu du pôle nord alors que le pôle sud est dans l'obscurité.

Au solstice d'été, le pôle nord est dirigé vers le soleil. Les rayons solaires tombent perpendiculairement (voir figure II.2) au tropique du Cancer ($23^{\circ}4$ latitude nord) réchauffant davantage l'hémisphère boréal (Nord) que l'hémisphère austral (Sud). Aux environs du 20 Juin, l'hémisphère Nord connaît son jour le plus long - 24 heures de soleil au cercle arctique - et l'hémisphère sud son jour le plus court.

Au solstice d'hiver, c'est l'inverse qui se produit. Le pôle sud est dirigé vers le soleil. Les rayons solaires tombent verticalement (voir figure II.2) au tropique du capricorne ($23^{\circ}4$ latitude sud). Aux environs du 20 Décembre l'hémisphère austral connaît son jour le plus long.

Aux équinoxes de printemps et d'automne, aucun des deux pôles n'est dirigé vers le soleil d'une manière préférentielle. Les jours et les nuits sont d'égales durées. Les rayons solaires sont perpendiculaires à l'équateur (voir figure II.2).

Remarque : La position des tropiques n'est pas fixe car elle est définie par l'endroit où les rayons solaires arrivent perpendiculairement sur le globe aux solstices.

II.2 Trajectoire du soleil dans le ciel

Les informations, introduites au chapitre précédent, permettent de mieux comprendre les trajectoires du soleil dans notre ciel. Cette connaissance est essentielle pour pouvoir utiliser de la meilleur façon possible le rayonnement solaire. En architecture ce savoir se traduit essentiellement par le choix de l'orientation des édifices et la mise en place d'un système intelligent d'ouvertures.

ÉCLAIRAGE

II.2.1 Trajectoire apparente du soleil

Parmi les problèmes posés lors de la conception d'un ouvrage, celui de l'orientation d'un bâtiment est fondamental. Pour choisir la bonne orientation, il est nécessaire de connaître la trajectoire apparente du soleil dans le ciel. Bien sûr celle-ci dépend de la position de l'édifice sur la surface du globe. Plus précisément, c'est la latitude du point d'observation qui va modifier la trajectoire du soleil dans le ciel. En effet, un déplacement selon les longitudes, c'est à dire parallèlement à l'équateur, provoque seulement un décalage temporel (fuseaux horaires). Ainsi, un homme qui habite en Afrique du sud doit regarder dans la direction du Nord pour voir le soleil. Par conséquent, il voit durant l'été, le soleil se lever sur sa droite, passer haut dans le ciel dans la direction Nord pour se coucher sur sa gauche, tandis qu'un tunisien voit le contraire.

Les images suivantes permettent d'avoir une vision globale pour quatre époques bien précises de l'année qui sont les équinoxes et les solstices.

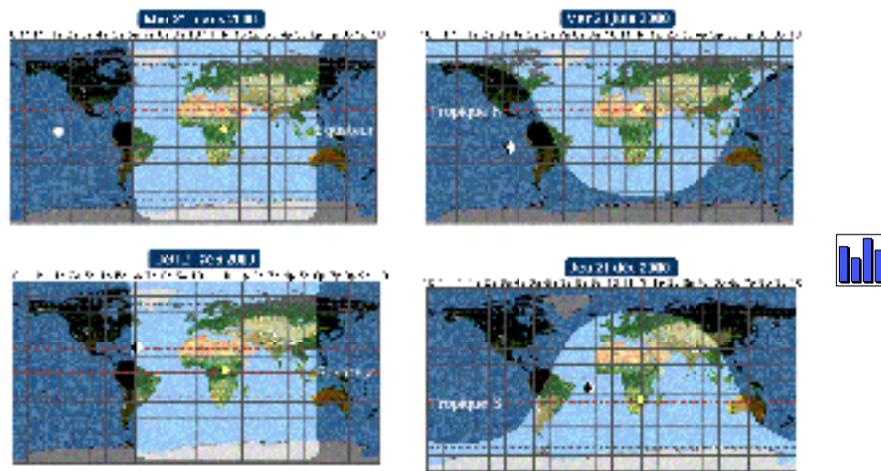


Figure II.3 Ensoleillement de la planète aux équinoxes (en haut à gauche 21 mars, en bas 21 septembre 2000), et aux solstices (en haut à droite 21 juin, en bas 21 décembre 2000). Ces données sont fournies par un shareware "WordClock" disponible sur Macintosh.

ÉCLAIRAGE

Ainsi aux équinoxes, le soleil est à l'équateur, et toutes les latitudes ont des durées de jours égales aux durées de nuit soit environ 12h. Au solstice d'été et à la latitude tunisienne, les journées durent environ 14h30. Par contre au solstice d'hiver le soleil est sur le tropique du capricorne et les journées durent environ 9h30. La représentation suivante montre la répartition des jours et des nuits pour la ville de Tunis pour l'année 2000.

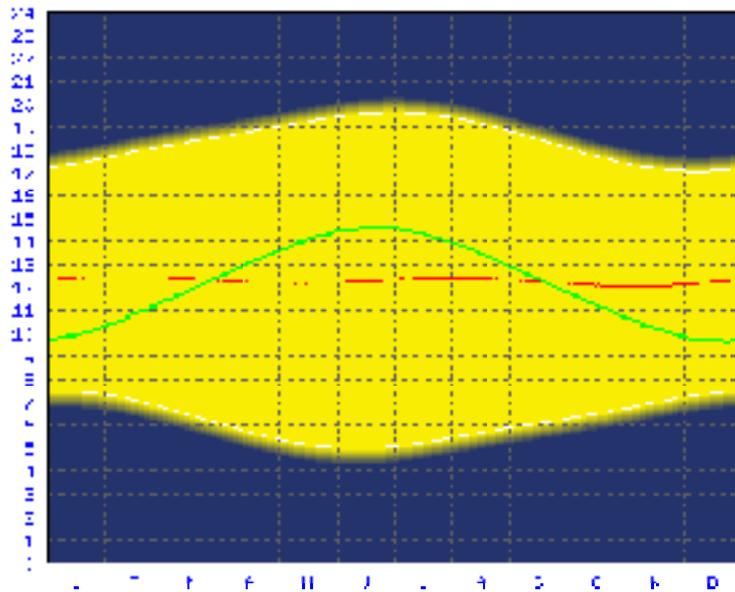


Figure II.3a La surface jaune est délimitée par la courbe des heures du lever du soleil et la courbe des heures du coucher du soleil. La courbe verte représente la durée d'ensoleillement et la courbe rouge l'heure de passage au méridien (pratiquement le SUD de la Tunisie).

Cette représentation ne change pratiquement pas d'une année sur l'autre vue la régularité des cycles de rotation de la terre. Ces heures ne tiennent pas compte de l'éventuel décalage dû aux horaires d'été.

ÉCLAIRAGE

Les informations données ici sont disponibles sur le site www.ephemeride.com

Les trajectoires apparentes ne donnent pas l'intensité (Wm^{-2}) de l'ensoleillement produit à la surface de la terre. Les conditions climatiques modifient l'ensoleillement pour une même position du soleil (par exemple un ciel nuageux atténue l'ensoleillement). Il est donc nécessaire d'avoir les mesures météorologiques des années antérieures pour avoir une idée plus précise de l'ensoleillement d'une région donnée. Des données climatologiques sont mises à disposition sur le réseau internet. Le site www.satel-light.com fournit une quantité importante et relativement complète d'informations pour tous les points du globe. On donne à titre d'exemple l'ensoleillement mesuré en Wm^{-2} pour la ville de Tunis pendant l'année 2000.

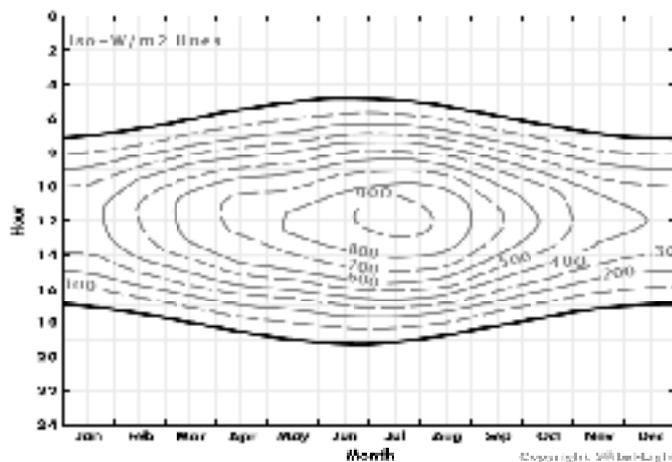


Figure II.3b Répartition des courbes d'iso-intensités (W/m^2) correspondant à l'irradiation globale (directe + diffuse) pour Tunis. Les valeurs reportées sont des moyennes horaires. Ainsi en Juillet vers 12h le rayonnement solaire est d'environ $950 W/m^2$ (le $1kW/m^2$ est une valeur souvent citée dans la littérature).

ÉCLAIRAGE

a) Hauteur et Azimut

Afin de définir plus précisément la trajectoire apparente du soleil, on a muni la partie visible du ciel d'un système de coordonnées. La première, appelée "hauteur", mesure la hauteur du soleil dans le ciel. Elle est repérée par l'angle que fait la direction d'observation du soleil avec l'horizontale. L'autre, appelée azimut est également repérée par un angle et mesure l'écart de la direction d'observation du soleil avec la direction Sud.

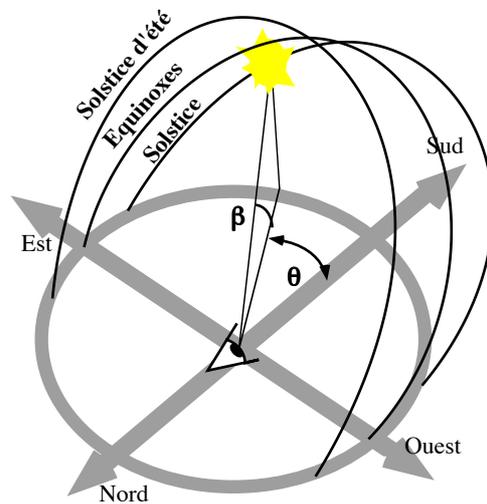


Figure II.4 L'azimut défini par θ mesure l'écart de la direction d'observation par rapport au Sud. La hauteur définie par β mesure l'angle de la direction d'observation avec l'horizontale.

Grâce à ce système, on a pu définir des diagrammes pour différentes latitudes sur lesquels sont reportés les trajectoires du soleil pour chaque mois de l'année. Ainsi, à la latitude 36° Nord (la Tunisie se situe entre le 30° et le 40° parallèle et Tunis est à la latitude $36^\circ 48'$) on a le diagramme suivant,

ÉCLAIRAGE

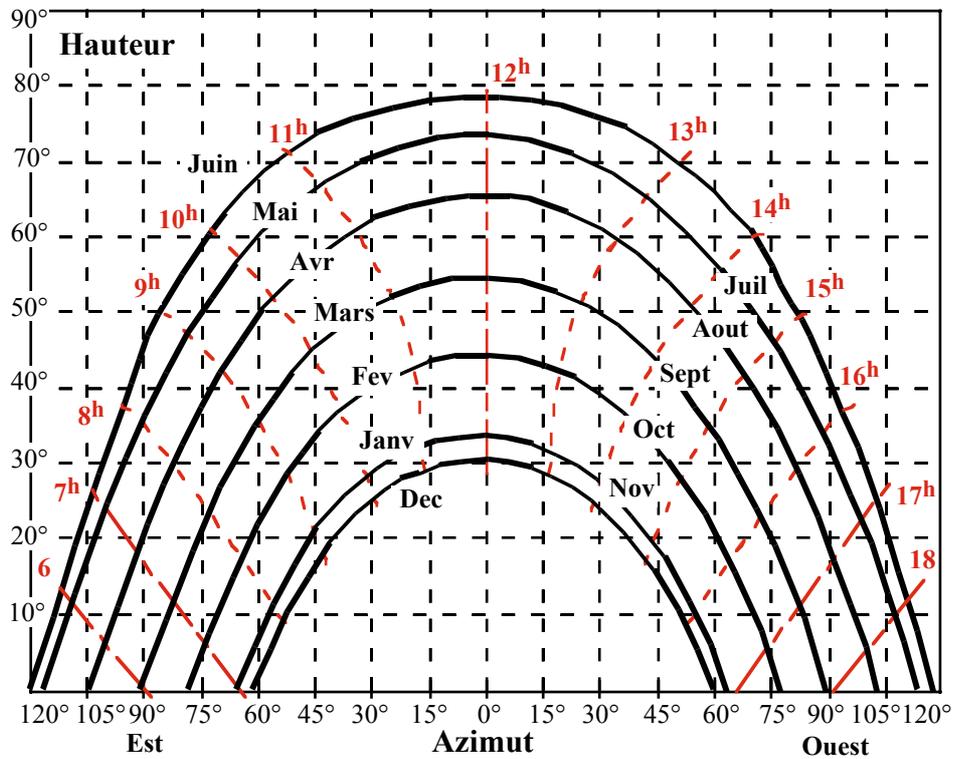


Figure II.5 Trajectoires du soleil durant l'année pour le 36° parallèle Nord.

La représentation en cercle, de la figure II.6, donne un aperçu de la trajectoire du soleil (représentée en pointillée sur la figure avec le petit soleil superposé) plus proche de sa trajectoire réelle. En fait, on combine ici le système de coordonnées, hauteur et azimut, avec une représentation spatiale définie par un observateur situé au milieu du cercle et qui regarde dans la direction SUD. Le périmètre de ce cercle trace l'horizon de cet observateur.

On rend ainsi mieux compte de la position relative du lever et du coucher du soleil par rapport à un témoin quelconque. En effet, on voit bien que durant le mois de Juin le soleil se lève derrière l'observateur et passe proche du zénith, alors qu'en Décembre il se lève devant avec

ÉCLAIRAGE

un parcours plus bas dans le ciel. La trajectoire dans le cercle s'en trouve donc largement diminuée ce qui traduit bien la réduction de la durée de la journée.

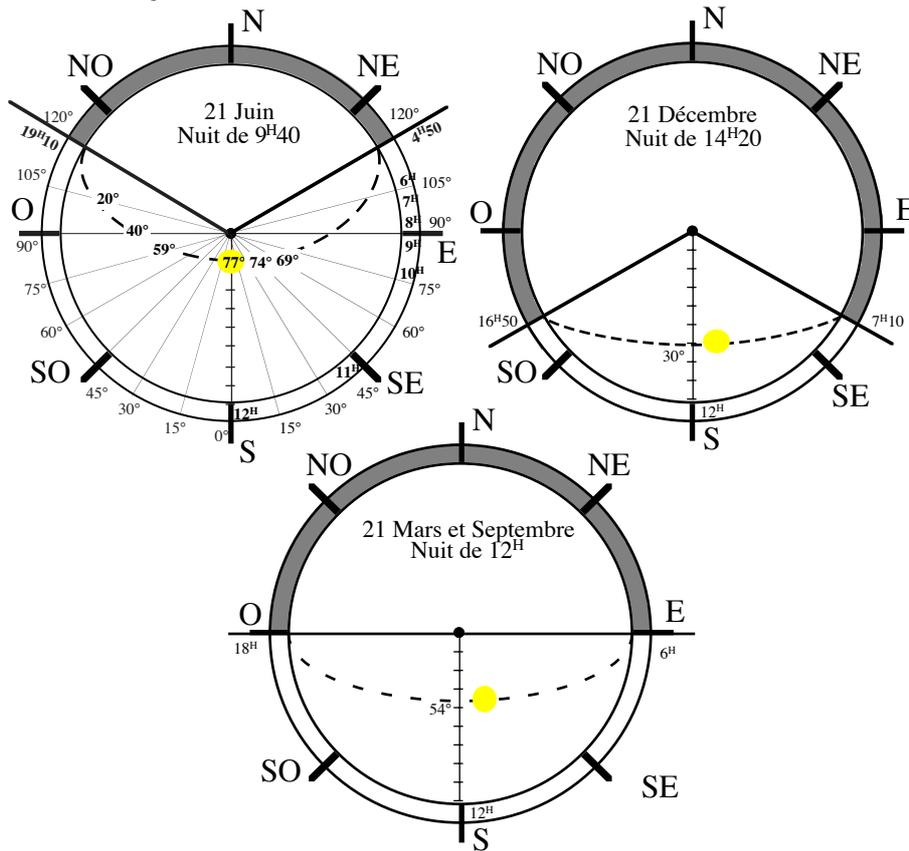


Figure II.6 Trajectoires du soleil aux équinoxes de printemps et d'automne et aux solstices d'été et d'hivers. L'observateur est au centre du cercle et regarde dans la direction Sud.

On a rajouté, à cette représentation, une couronne indiquant la durée du jour et celle de la nuit pendant les équinoxes et les solstices. On rend bien compte, de cette façon, de l'égalité des jours et des nuits pendant les équinoxes, des longues nuit d'hiver et des longues journées d'été.

ÉCLAIRAGE

Des statistiques annuelles sur la position du soleil dans le ciel sont rassemblées sur ces diagrammes circulaires. Le ciel est ici découpé en 13 zones, comme cela est représenté sur la figure suivante. On donne à titre d'exemple la position du soleil pendant le mois de Décembre et le moi d'Aôut qui correspondent, rappelons-le, aux solstice d'hiver et au solstice d'été respectivement. Ces données ont également été recueillies sur le site www.satel-light.com .

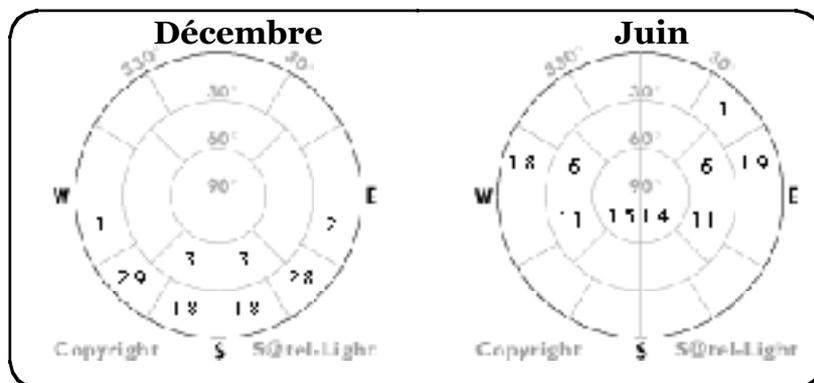


Figure II.6b Occupation (%) par le soleil des zones du ciel définies par le découpage tracé sur le diagramme. Ainsi le soleil passe 2% du temps dans la zone définie par [60° Est < azimute < 90° Est] et [0° < hauteur < 30°].

II.2.2 Expositions d'un édifice

La connaissance de la trajectoire annuelle du soleil est une condition nécessaire pour le choix de l'orientation d'un édifice. Ainsi, un bâtiment correctement orienté combiné avec un bon emplacement des fenêtres permet de bénéficier d'un éclairage et d'un chauffage gratuit. De même que l'installation de masques autour des fenêtres permet de limiter un réchauffement excessif en été.

ÉCLAIRAGE

a) Exemple d'enseillement

Afin de s'en convaincre, on a représenté sur la figure II.7, et toujours pour le 36° parallèle, la pénétration de la lumière dans un édifice orienté plein Sud (l'azimut est nul). On présente, dans cet exemple, l'enseillement durant la période des équinoxes et des solstices. On suppose ici, pour simplifier les explications, que les parois regardant vers le SUD sont des surfaces vitrées.

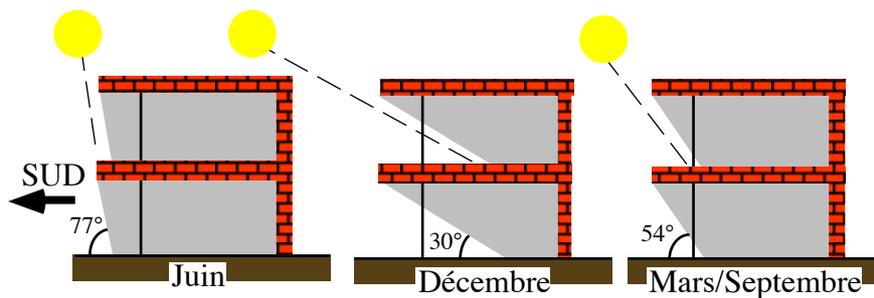


Figure II.7 éclairage d'un édifice, orienté plein SUD, en fonction de la hauteur du soleil durant les solstices et les équinoxes. Les angles sont obtenus à partir du diagramme de la figure II.5 ou celui de la figure II.6.

Les masques ici sont définis par le balcon et le toit de l'édifice. Cette illustration montre comment, en jouant sur le rapport de la largeur du balcon sur la hauteur du vitrage, on peut limiter ou au contraire laisser pénétrer la lumière à l'intérieur du local. L'objectif étant de disposer, pendant les périodes où les journées sont les plus courtes et les plus froides, d'un bon ensoleillement intérieur. Tandis que l'été, quand les journées sont plus longues et qu'il fait le plus chaud, on évite que le soleil rentre dans la maison. L'idéal serait d'avoir un masque réglable que l'on ajusterait suivant les périodes de l'année.

b) Ombre portée et angle de profil

Dans le cas considéré plus haut, la façade est orientée directement vers le soleil. La situation est plus compliquée lorsque

ÉCLAIRAGE

ceci n'est plus le cas. En effet, la hauteur de l'ombre sur les vitrages varie en fonction de l'angle que fait l'orientation de la façade et l'azimut du soleil. L'orientation de la façade se mesure par rapport à la direction du SUD comme l'azimut du soleil. La hauteur de l'ombre faite par les masques, appelé ombre: portée, se mesure à l'aide d'un angle dit angle: de profil.

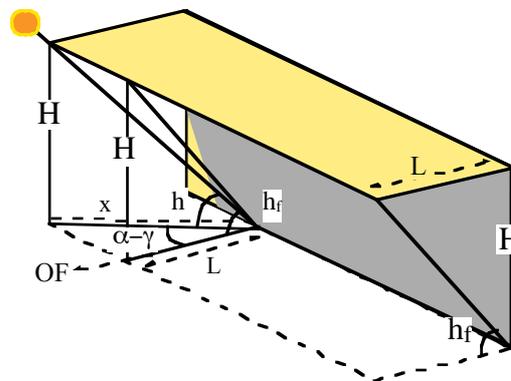


Figure II.8 L'angle de profil h_f mesure l'angle fait par la hauteur de l'ombre portée H avec la largeur L du balcon.

Cet angle appartient au plan perpendiculaire à la façade. Il est lié à la hauteur du soleil h , l'azimut du soleil α et l'orientation de la façade γ par l'expression :

$$\operatorname{tg}(h_f) = \frac{\operatorname{tg}(h)}{\cos(\alpha - \gamma)}$$

La démonstration permettant de retrouver cette expression est donnée ici. Les notations utilisées sont celles indiquées sur la figure plus haut.

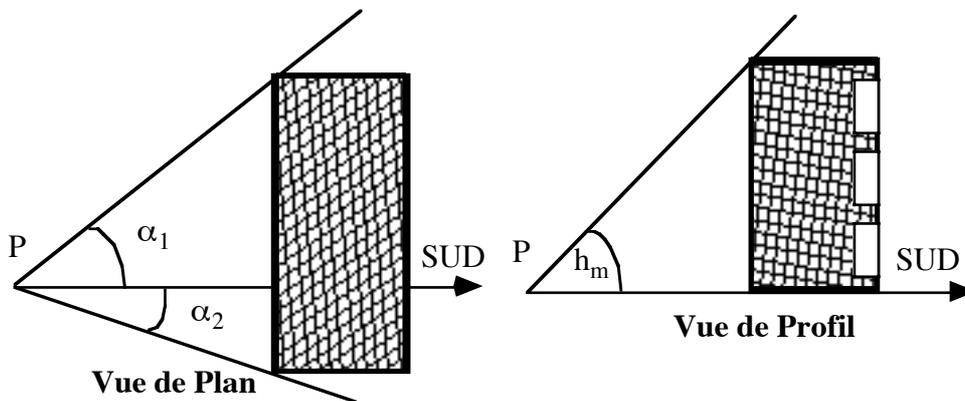
ÉCLAIRAGE

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg}(h_f) = H / L \\ \operatorname{tg}(h) = H / x \\ L = \cos(\alpha - \gamma) x \end{array} \right\} \begin{array}{l} (1) / (2) \Rightarrow \operatorname{tg}(h_f) = \operatorname{tg}(h) x / L \\ (3) \quad \Rightarrow \operatorname{tg}(h_f) = \operatorname{tg}(h) / \cos(\alpha - \gamma) \end{array}$$

Un raisonnement analogue est fait pour les masques verticaux. En conclusion, on voit bien que la connaissance de la hauteur et de l'azimut du soleil permettent de trouver l'ensoleillement optimal et cela quelque soit l'orientation et l'inclinaison des façades étudiées.

c) Diagramme d'ombre

Le diagramme: d'ombre consiste à indiquer, sur le diagramme des trajectoires apparentes, les moments pendant lesquelles un point ou un observateur est à l'ombre. Le résultat se traduit par une ou plusieurs surfaces achurée, placée sur le diagramme des trajectoires apparentes. L'exemple décrit ici, montre tout l'intérêt fourni par la connaissance des trajectoires apparentes.



ÉCLAIRAGE

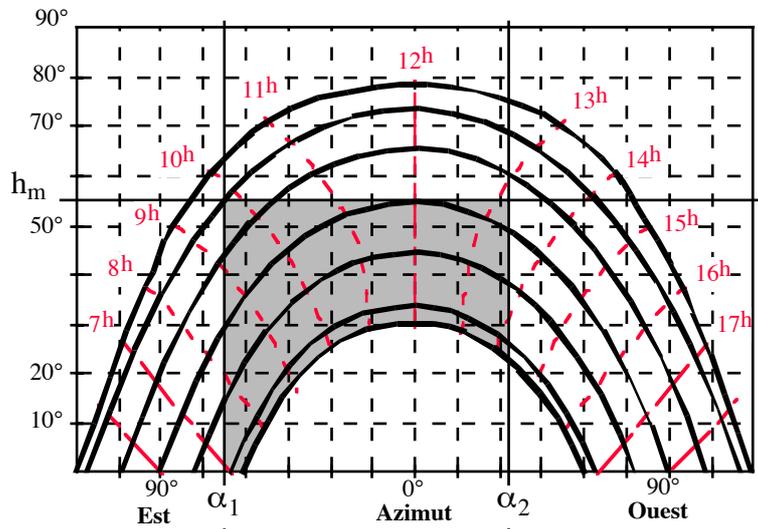


Figure II.9 Diargamme d'ombre pour un diagramme rectangulaire

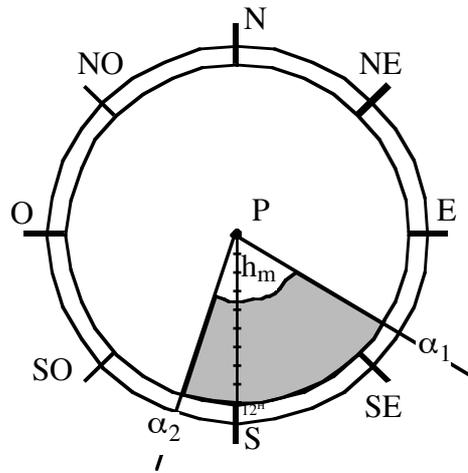


Figure II.10 Diargamme d'ombre pour un diagramme circulaire

La personne située au point P est à l'ombre de l'immeuble pendant une bonne partie de l'année. Notamment pendant la période froide (Novembre, Décembre, Janvier et Février) où une partie des

ÉCLAIRAGE

puissance émise) et l'essentiel du spectre solaire intercepté est concentré autour du spectre visible et de l'infrarouge 'IR' (Voir figure II.11).

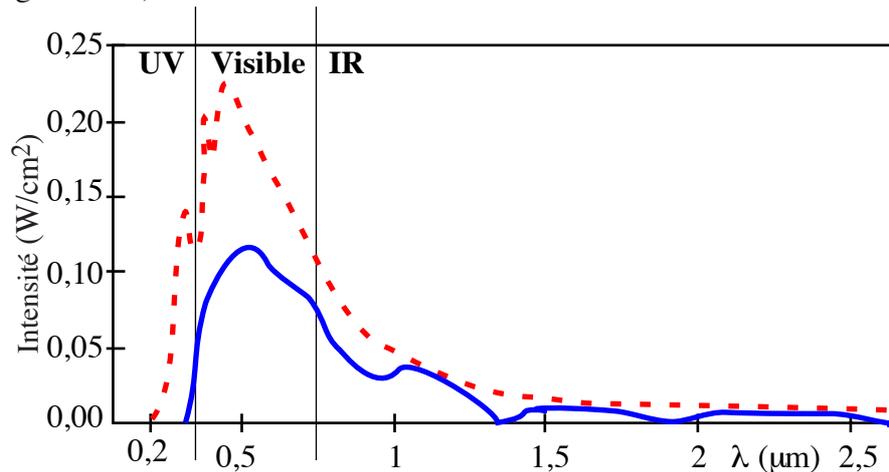


Figure II.11 Spectre du rayonnement solaire. La courbe en pointillé correspond au spectre à la limite de l'atmosphère. Celle en trait plein décrit le rayonnement à la surface de la terre.

Une grande partie de l'énergie arrivant sur la terre (46%) se trouve dans le visible comme l'indique le figure II.11. L'autre grande partie du rayonnement émis se situe dans l'infrarouge. Ce rayonnement, qui s'étend de 0,75 μm au mm, est perçu par l'humain comme une onde de chaleur.

II.3.2 L'atmosphère terrestre

a) Composant

L'atmosphère est un gaz de particules qui se compose essentiellement de molécules d'oxygène, d'azote ou d'hydrogène mais aussi de poussières ou de vapeur d'eau. En la traversant les radiations heurtent ces particules.

En l'absence de particules de grande dimension telles que des poussières ou des gouttelettes d'eau, le ciel apparaît bleu. Ceci est dû au fait que seules les courtes longueurs d'onde du visible, c'est-à-dire

ÉCLAIRAGE

les violettes et les bleues, sont dispersées. Au lever ou au coucher du soleil, l'épaisseur d'atmosphère traversée par le rayonnement solaire est plus grande. La dispersion de ces ondes courtes se fait plus loin dans le ciel et donc diminue fortement l'intensité associée perçue à la surface de la terre. C'est pour cette raison que le soleil et le ciel nous apparaissent plus rouge à ces moments de la journée.

En pleine journée et en présence de poussières dans le ciel, les longueurs d'onde plus longues tel que l'infrarouge sont également dispersées de sorte que toutes les radiations sont dispersées. Le ciel apparaît alors plus blanc vu que toutes les longueurs d'onde se superposent.

Ce phénomène de dispersion de la lumière par les constituants microscopiques est à l'origine de la diffusion de la lumière.

b) Structure

L'atmosphère terrestre est stratifiée en couches limitées par des gradients de température (voir figure II.12). Ainsi, la première couche, appelée troposphère, se caractérise par une diminution de la température du niveau de la mer vers les hautes montagnes. La couche supérieure ou stratosphère voit la température s'élever. Elle diminue dans la mésosphère puis augmente de nouveau dans la thermosphère.

Sans ce bouclier protecteur stratifié, la vie sur la terre serait très différente. Sans atmosphère pour absorber le rayonnement nocif du soleil ($\approx 15\%$), toute la planète serait un désert, brûlée par les radiations le jour, et glaciale la nuit puisque la chaleur s'échapperait sans frein vers l'espace.

ÉCLAIRAGE

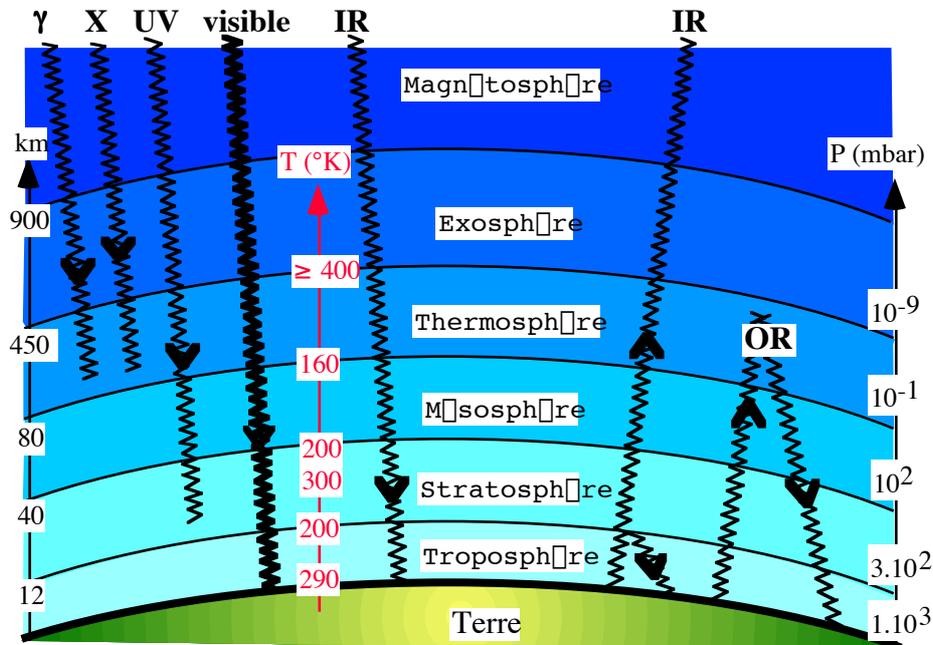


Figure II.12 Structure de l'atmosphère terrestre avec l'incidence de chacune des strates sur le rayonnement qui la traverse. Ce dernier est représenté par les lignes fléchées.

La troposphère contient 80% de la masse atmosphérique et l'essentiel des poussières et de la vapeur d'eau, c'est la couche la plus dense. Le rayonnement produit par la terre est en grande partie retenu dans cette couche.

La stratosphère contient l'essentiel de l'ozone atmosphérique qui forme une couche absorbant une grande partie des rayons ultraviolets. Ce mécanisme est à la base de l'augmentation de la température. Transparente aux infrarouges de courte longueur d'onde, elle réfléchit les infrarouges de grande longueur d'onde. Ce phénomène connu sous le nom d'effet de serre est la cause de la retenue du rayonnement terrestre qui se situe dans les infrarouges lointains (grandes longueurs d'onde).

ÉCLAIRAGE

Dans la mésosphère, la température décroît jusqu'à -113°C . Elle ne contient que des traces de vapeur d'eau.

La thermosphère ou encore ionosphère absorbe les rayons gamma et les rayons X dangereux pour l'humain. Cette couche marque le début de l'atmosphère supérieure car l'air y est très raréfié. Le rayonnement solaire confère des charges électriques aux particules (ionisation).

L'exosphère est constamment traversée par des particules qui échappent à l'attraction terrestre.

Enfin, la magnétosphère constitue un bouclier pour la terre vis à vis des particules chargées que crache le soleil. En effet, le champ magnétique terrestre, qui constitue cette couche, piège ces particules pour les évacuer loin de la terre.

c) Répartition de l'intensité solaire sur le globe

L'existence de l'atmosphère et la forme sphérique de la terre font que l'intensité et les caractéristiques spectrales du rayonnement solaire varient selon la position où l'on se trouve à la surface de la terre. Le schéma de la figure II.13 résume bien le propos.

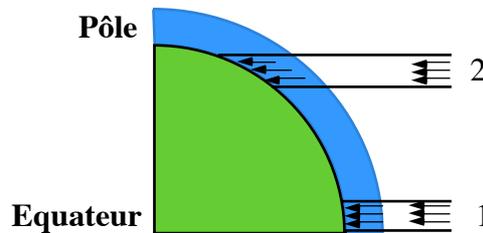


Figure II.13 La densité d'énergie varie en fonction de l'angle d'incidence des rayons

En effet, plus on se rapproche des pôles et plus la surface interceptée par le rayonnement solaire est grande. Ainsi, pour la même quantité de radiations incidentes, la surface interceptée en 2 est plus grande que la surface interceptée en 1. Il y a donc moins d'énergie par unité de surface en 2 qu'en 1.

ÉCLAIRAGE

De plus, la distance atmosphérique traversée en 2 est plus grande que celle traversée en 1. Cela a pour effet, d'une part, d'augmenter les pertes d'énergie par interaction avec les constituants atmosphériques, et d'autre part de modifier la distribution spectrale du rayonnement incident.

III La lumière et son interaction avec les matériaux

III.1 La lumière

Comme le rayonnement thermique (figure III.12 Ch. thermique), et à la différence des ondes acoustiques qui sont des ondes mécaniques (elles ont besoin d'un milieu matériel pour se propager), la lumière se propage dans le vide. Sa vitesse de propagation dans le vide est de $3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$. Lorsqu'elle se propage dans un gaz, la vitesse est divisée par un paramètre dépendant de la composition du gaz traversé et de la fréquence de l'onde. Dans la plupart des cas, et lorsque la diffusion n'est pas trop importante, cette propagation se fait en ligne droite.

La partie de la physique, qui a pour objet l'étude des phénomènes lumineux, est l'optique. Il a fallu attendre le début de ce siècle pour donner à la lumière une définition satisfaisante permettant d'expliquer tous les phénomènes observables qui lui sont associés. C'est en effet à partir d'une approche combinant la nature ondulatoire et corpusculaire de la lumière qu'on a pu surmonter les derniers obstacles.

III.1.1 Nature de la lumière

a) Aspect ondulatoire

Dans cette approche, la lumière est considérée comme un signal périodique continu se propageant de proche en proche. L'aspect ondulatoire permet de décrire les phénomènes liés à la propagation de l'onde et d'expliquer les phénomènes qui accompagnent cette

ÉCLAIRAGE

propagation comme les phénomènes de diffraction et d'interférence. Les phénomènes de réflexion et de réfraction, qu'on observe lors de la rencontre avec un obstacle, peuvent également être décrites.

b) Aspect corpusculaire ou photons

L'aspect corpusculaire de la lumière permet d'expliquer les phénomènes liés à l'absorption ou l'émission de la lumière par la matière. Dans cette approche, la lumière est faite de quantités infinitésimales que l'on appelle photon. Ces derniers sont caractérisés par la fréquence associée au signal. Lorsqu'un photon rencontre un atome, il peut lui céder une partie de son énergie ou bien être complètement absorbé. La nature de l'interaction dépend de la fréquence du photon et de l'espèce atomique.

III.1.2 Lumière et couleurs

La lumière est le spectre visible dans le tableau des ondes électromagnétiques. Il s'étend de 0.35 à 0.75 microns. C'est la bande des longueurs d'onde à laquelle l'oeil humain est sensible (voir figure III.12 dans le cours de thermique).

La lumière qui nous apparaît blanche est en fait composée des couleurs de l'arc en ciel. Ce spectre des couleurs va des rayons violets et bleus, faits d'ondes courtes à haute fréquence, aux rayons rouges, d'ondes plus longues et donc de basse fréquence, en passant par le vert et le jaune. A chaque couleur correspond une fréquence. Par exemple le bleu est la fréquence 688 THz et le rouge est à 429 THz.

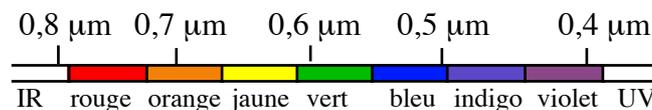


Figure III.1 Spectre du rayonnement visible

La mise en évidence de la composition de la lumière blanche est simple à réaliser. En effet, on peut soit la faire passer à travers un

ÉCLAIRAGE

prisme et projeter ce qui en sort sur un écran blanc, soit la faire passer à travers un filtre de couleur ou la réfléchir sur miroir de couleur pour en révéler sa couleur.

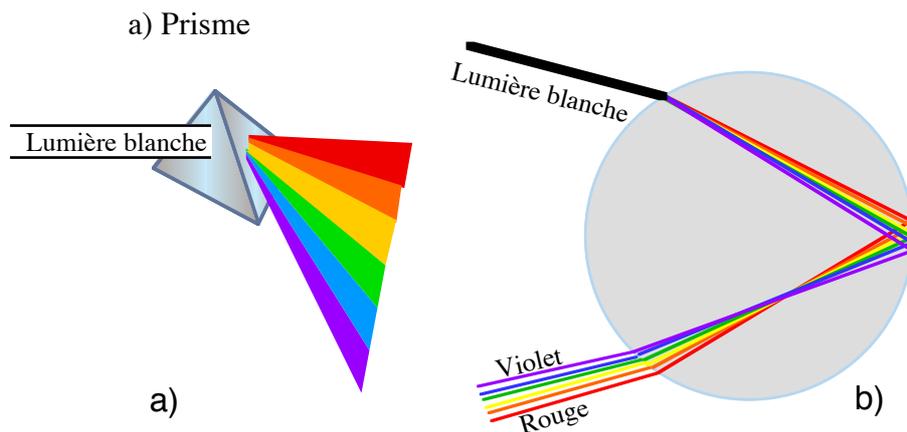


Figure III.2 a) La composition de la lumière est révélée par son passage à travers un prisme. b) Une goutte d'eau produit le même effet.

Le phénomène d'arc-en-ciel est une réalisation naturelle de cette expérience (voir figure III.2 b). En effet, lorsqu'il pleut, les rayons solaires rencontrant les gouttes de pluie sont renvoyés vers un observateur tournant le dos au soleil. Seulement, lors de cette rencontre la lumière interagit différemment selon la couleur. Les courtes longueurs d'onde sont plus réfractées que les grandes longueurs d'onde en entrée et en sortie de la goutte. C'est ce processus de réfraction qui est à la base de la décomposition de la lumière. Ce phénomène est détaillé au chapitre III.3.1 lors de l'étude de l'interaction de la lumière avec un corps.

b) Filtre

Il faut avoir présent à l'esprit, le fait que la vision des objets qui nous entourent est la réception par l'oeil de la lumière envoyée par ces objets. Dans le noir total ces mêmes objets ne sont plus visibles. à

ÉCLAIRAGE

partir de là on peut comprendre aisément que la couleur d'un corps quelconque est simplement la couleur de la lumière qu'il nous envoie.

Que se passe-t-il en fait ? Un meuble bleu nous apparaît bleu à la lumière du jour car il absorbe toutes les fréquences sauf celle correspondant à la fréquence bleue qui est réfléchi. De même lorsqu'un rayon de lumière traverse une vitre fumée rouge, la vitre nous apparaît rouge lorsqu'on la regarde des deux côtés car elle réfléchit et transmet la fréquence rouge et absorbe toutes les autres couleurs.

III.2 Photométrie

La photométrie est la mesure des grandeurs relatives au rayonnement lumineux. Elle utilise un certain nombre d'unités adaptées au fonctionnement de l'œil. En effet, les unités classiques ne tiennent pas compte des différences de perception des couleurs par l'œil. La figure suivante illustre cette différence de perception.

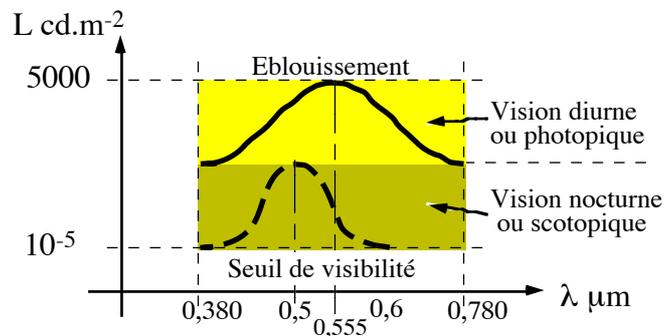


Figure III.3 Les courbes en cloches représentent les courbes de l'efficacité lumineuse de l'œil. Le rectangle jaune délimite le champ de vision de l'œil.

Ainsi, pour le calcul de la quantité d'énergie perçue par l'œil, il faut pondérer la distribution spectrale en énergie de la source par la courbe de l'efficacité lumineuse de l'œil. Celle-ci est représentée par les courbes en cloches de la figure III.3. L'efficacité lumineuse de l'œil

ÉCLAIRAGE

étant différente le jour et la nuit, on a représenté la courbe correspondant à la vision de jour et celle correspondant à la vision de nuit. Les valeurs de ces deux courbes sont comprises entre 0 et 1. Ainsi en vision de jour, le maximum de l'efficacité est obtenu pour la longueur d'onde $0,555 \mu\text{m}$. Le Watt est remplacé dans ce cas par le Lumen (lm). Ce chapitre est consacré à l'étude de ce système d'unité.

III.2.1 Le Lumen

Comme on l'a dit précédemment, le lumen est l'unité employée pour mesurer le flux lumineux. Il remplace le Watt du système MKSA et son abréviation est "lm". Un lumen est équivalent à une puissance de $1/683 \text{ W}$ rayonnée dans la longueur d'onde 555 nm . Précisons que cette longueur d'onde n'est pas choisie au hasard puisqu'elle correspond au maximum de la courbe d'efficacité relative de l'œil (voir figure III.3) en vision diurne.

Afin de mieux fixer les idées, la valeur du flux lumineux qu'une lampe à incandescence de $40 \text{ W}/220 \text{ V}$ rayonne dans tout l'espace est égale à 440 lm . De même qu'une bougie rayonne un flux de 10 lm . On suppose ici que le rayonnement est identique dans toutes les directions de l'espace.

III.2.2 La candela

La candela est l'unité employée pour évaluer l'intensité lumineuse. Cette grandeur sert à la mesure du flux rayonné dans une direction particulière, elle est l'équivalent de l'intensité en Wm^{-2} . Rappelons que, dans bien des cas, le rayonnement n'est pas isotrope (par exemple les feux de route d'un véhicule). C'est donc une grandeur vectorielle puisqu'elle se définit également par sa direction. L'intensité lumineuse permet donc l'analyse de la distribution spatiale du rayonnement d'une source. Pour quantifier cette distribution nous avons besoin de connaître le flux lumineux par unité d'angle solide.

ÉCLAIRAGE

a) Angle solide

L'angle: solide est la variable servant à la graduation des directions dans l'espace. Il est à l'espace ce que l'angle est au plan. On a dessiné sur la figure suivante les deux types d'angles.

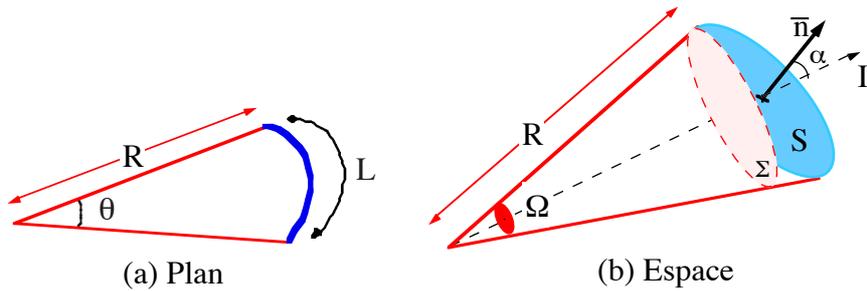


Figure III.4 Dans le cas plan (a), l'angle découpe une ligne alors que dans l'espace (b), l'angle solide découpe une surface. L'intensité lumineuse I est normale à la surface Σ et fait un angle α avec la surface S .

L'expression de l'angle solide est similaire à celle du cas plan. Leur expression est la suivante

$$\theta = L / R$$

$$\Omega = \Sigma / R^2$$

L'angle solide s'exprime en stéradian (abréviation "sr"). Or, d'après la formule, un stéradian est obtenu lorsque la surface interceptée S est égale à un carré de côté R . Toujours d'après ces formules, vu que la longueur maximale d'un arc de cercle est le périmètre du cercle soit $2\pi R$ alors la valeur maximale de θ est 2π radian. On raisonne de la même façon pour l'angle solide. Comme la surface maximale interceptée, soit tout l'espace, correspond à $4\pi R^2$, alors la valeur maximale de Ω est 4π stéradian.

Dans la pratique, tout point lumineux peut être considéré comme une source ponctuelle de lumière rayonnant dans tout l'espace. L'intensité lumineuse, pour une direction donnée, est définie par le

ÉCLAIRAGE

flux lumineux Φ contenue dans un angle solide. Sa direction est celle de la droite portée par le vecteur intensité I passant par le sommet de l'angle et normal à la surface interceptée. Sur la figure III.4-(b) l'angle solide Ω est défini par le vecteur I et la surface Σ normale à I .

On peut, maintenant que l'on sait repérer un point de l'espace à partir de sa direction par rapport à une source, donner la valeur de la candela "cd". Celle-ci est égale à un lumen par stéradian.

$$I = \Phi/\Omega \quad \text{et} \quad 1 \text{ cd} = 1 \text{ lm/sr}$$

Reprenons les valeurs des flux données au chapitre précédent. Pour la lampe à incandescence de 40 W/220 V l'intensité lumineuse est, pour une direction quelconque de l'espace : $440/4\pi = 35$ cd, vue que le rayonnement est identique dans toutes les directions. Pour la bougie, l'intensité lumineuse 0,8 cd.

Lorsque la surface interceptée par les rayons lumineux n'est pas perpendiculaire à l'intensité, on introduit la surface apparente définie par le produit

$$S' = S \cdot \cos(\alpha) = \Sigma$$

où α est l'angle que fait l'intensité lumineuse avec la normale à la surface n . Dans ce cas, l'intensité interceptée pour 1 lm est donnée par la relation

$$I \text{ (cd)} = 1 / (S \cdot \cos(\alpha) / R^2) \text{ lm/sr} \quad \text{III.1}$$

III.2.3 Éclairement et brillance

La vue des objets est rendue possible grâce à leur éclairement ou alors à leur rayonnement propre. On voit la lune parce qu'elle est éclairée par le soleil. Par contre, le soleil n'a besoin d'aucune lumière

ÉCLAIRAGE

pour être visible, c'est lui même qui crée sa lumière. Bien entendu, les deux phénomènes peuvent se produire simultanément. Dans ce cas, la lumière que l'on perçoit d'un objet est la somme de son rayonnement propre et de la réflexion de la lumière environnante.

L'éclairement des objets se mesure à l'aide du lux tandis que leur brillance, ou éclat, se mesure à l'aide de la luminance. Ces deux grandeurs constituent les paramètres essentiels pour l'établissement du confort visuel.

a) Le lux

Le lux est l'unité servant à la mesure de l'éclairement des objets. Il correspond à la densité de flux lumineux tombant sur une surface.

$$E = \Phi / S$$

Il est donc équivalent à un flux par unité de surface. Un lux "lx" est égal à un lumen par unité de surface,

$$1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2.$$

On donne ici quelques valeurs d'éclairement pour fixer les idées. L'éclairement d'un bureau doit se situer aux environs de 500 lx. Le soleil à son zénith produit environ 100 klx sur la surface de la terre.

La valeur de l'éclairement dépend de l'angle d'incidence des rayons lumineux sur la surface éclairée. Prenons l'exemple de la table décrite sur la figure suivante.

ÉCLAIRAGE

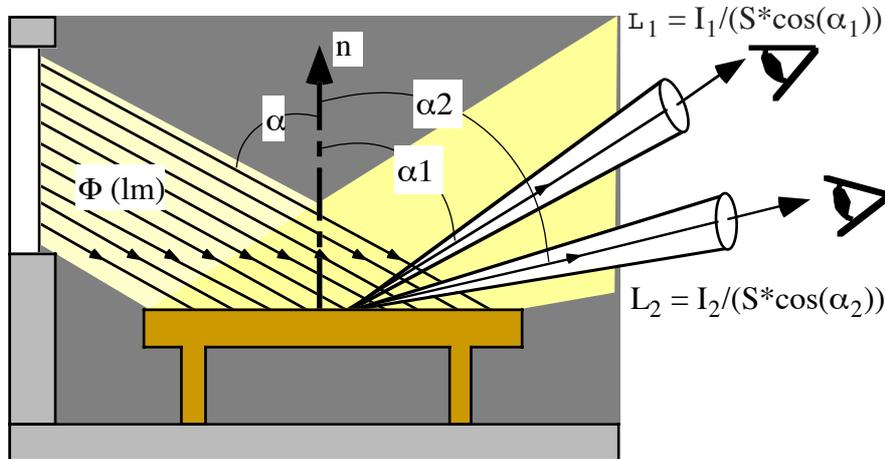


Figure III.5 L'éclairage de la table est Φ/s . En l'absence d'autre émission, la réflexion de la lumière par la table constitue la luminance de cette table.

Les rayons du jour passant à travers la vitre arrivent de biais sur la surface de la table. L'intensité lumineuse, qui est la seule grandeur vectorielle introduite ici, fait un angle α avec la normale n . On doit alors repasser par l'intensité lumineuse et prendre l'expression III.1 pour obtenir finalement l'éclairage de la table. Notons E cet éclairage, on a alors

$$E = (I \cdot S' / R^2) / S = I \cdot \cos(\alpha) / R^2 \quad \text{III.2}$$

b) La luminance

La luminance sert à évaluer la brillance ou l'éclat d'un objet. Elle caractérise la relation entre la source et la perception visuelle que l'on a de celle-ci. Cette grandeur mesure l'intensité émise ou réfléchie par unité de surface apparente de la source rayonnante. Cette perception dépend donc de l'angle de vision de la surface. Par exemple, la surface lumineuse définie par la table de la figure III.5 ci-dessus apparaît différemment lorsqu'il est regardé sous des angles différents. La

ÉCLAIRAGE

luminance a donc la dimension d'une candela par unité de surface et son abréviation est "L".

$$L = I/\text{Scos}(\alpha) \text{ et } 1 \text{ L} = 1 \text{ cd/m}^2.$$

Poursuivons avec l'exemple du bureau pour bien distinguer les différentes définitions introduites dans ce chapitre. La luminance correspond à la lumière que nous renvoie la table. Cette lumière apparaît différemment selon que l'on regarde la table de dessus ou alors en retrait. Les deux angles α_1 et α_2 distinguent ces deux cas de figures. L'observateur (1) ne voit pas tout à fait la même chose que l'observateur (2). Ces différences sont prises en compte par la luminance de la table. Lorsque la table réfléchit la lumière de façon identique dans toutes les directions, les intensités I_1 et I_2 dans les expressions de L_1 et L_2 sont identiques.

c) Loi de Lambert

La loi de Lambert est valable pour des surfaces réfléchissant de façon diffuse dans l'espace. Elle exprime, par une relation simple, le lien entre l'éclairement d'une surface et la luminance provoquée par cet éclairement. Ainsi lorsqu'une surface réfléchit de façon identique dans tout l'hémisphère visible, on a la relation

$$\rho E = L \pi \quad \text{III.3}$$

où ρ est le facteur de réflexion de la surface, E l'éclairement en lx et L la luminance en lm. Dans ce cas, la surface est qualifiée d'orthotrope.

On a une relation analogue pour la lumière transmise par une surface translucide (voir chapitre III.3.b)). En effet, lorsque la transmission est diffuse et identique dans toutes les directions, on a la relation suivante,

ÉCLAIRAGE

$$\tau E = L \pi$$

III.4

où τ est le facteur de transmission de la surface.

III.3 Interaction avec la matière

La lumière interagit de différentes façons avec la matière, nous en avons vu un exemple avec l'arc-en-ciel ou les filtres. Dans ce chapitre, on passe en revue, dans un premier temps, les différents phénomènes susceptibles de se produire lors de la rencontre de la lumière avec un obstacle plan. On fournit, dans un second temps, une liste des vitrages les plus couramment utilisés.

III.3.1 Généralités

Les paramètres essentiels de l'interaction entre la lumière et l'obstacle sont d'une part, la composition et la structure interne du matériau et l'état de ces surfaces, et d'autre part, l'angle des rayons d'incidence et les fréquences qui les composent. D'un point de vue visuel, on distingue trois catégories de corps, répertoriés selon leurs effets sur la lumière. On a les corps transparents, les corps translucides et les corps opaques. C'est donc à travers la description de ces trois catégories d'objets que l'on va rendre compte des phénomènes observables.

a) Les corps transparents

On qualifie de manière général de transparent, tous les corps qui laissent passer la totalité de la lumière sans changer l'allure du faisceau lumineux. L'exemple le plus répandu est le verre qu'on utilise pour la fabrication des vitres. En réalité, il existe un large éventail de verres et de vitrages qui ne répond pas complètement à cette définition. En effet, beaucoup de corps sont dits partiellement-transparents car ils réfléchissent une faible quantité d'énergie et en absorbent une autre.

ÉCLAIRAGE

On évite ici de faire l'inventaire des multiples possibilités que l'on peut rencontrer dans la vie courante. On y consacre d'ailleurs une partie à la fin de ce cours (chapitre Vitrages). On se limite plutôt à un cas très général faisant intervenir tous les processus possibles, tout en gardant à l'esprit que ces différents processus peuvent être plus ou moins importants suivant le cas étudié. On traite ainsi de la même façon les corps transparents et ceux partiellement-transparents que l'on rassemble ici sous la même bannière de corps transparents.

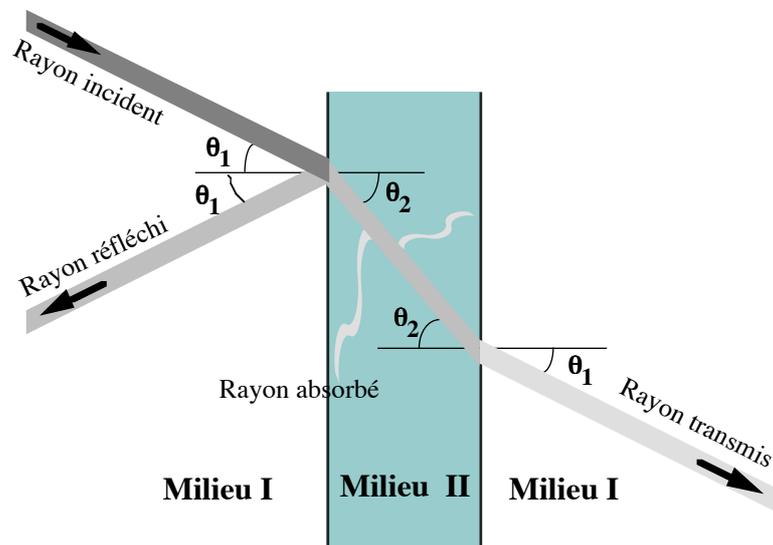


Figure III.6 L'essentiel du flux lumineux est transmis à travers le verre. Une très faible partie est réfléchi et une autre absorbée.

Lorsqu'un rayon lumineux arrive sur un corps transparent, une très faible partie est réfléchi. Cette réflexion se fait dans une seule direction qui est, d'après les lois de l'optique, identique à l'angle d'incidence décrit par θ_1 sur la figure III.6. La réflexion est qualifiée de réflexion spéculaire. Ceci est dû au fait que les corps transparents, définis également par l'état de leurs surfaces, ont des surfaces bien polies qui induisent un comportement similaire à celui des miroirs.

ÉCLAIRAGE

à la traversée de la première surface, frontière entre l'air et le matériau, le rayon subit une réfraction. Ce phénomène signifie simplement que le rayon incident change de direction. Le nouvel angle, défini par θ_2 sur la figure III.6, est lié à l'angle d'incidence θ_1 par la loi de réfraction de Descartes,

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

où n_1 et n_2 définissent l'indice de réfraction du milieu I et II respectivement.

Une faible partie de l'énergie est absorbée par le matériau. Celle-ci est aussitôt transformée en chaleur par le biais des collisions entre atomes et photons. L'essentiel de l'énergie atteint la seconde surface, et à sa traversée, le rayon est à nouveau réfracté. Or, comme cette fois il passe du matériau à l'air, le changement de direction se fait dans l'autre sens. Si bien qu'un observateur ne voit aucun changement de direction des rayons lumineux à la traversée du corps.

Le bilan total d'énergie est exprimé à partir de coefficients qui servent à classer les corps selon leurs propriétés optiques et qui sont le facteur de réflexion ρ , le facteur d'absorption α , et le facteur de transmission τ . Ce bilan est régi par la loi de conservation de l'énergie ou de l'intensité qui se traduit simplement par l'équation,

$$I_\rho + I_\tau + I_\alpha = I_i \quad \text{III.5}$$

où I_i est l'intensité incidente, I_ρ l'intensité réfléchie, I_α l'intensité absorbée et I_τ l'intensité transmise. Si on divise les deux membres de l'équation par I_i , on obtient

$$\rho + \tau + \alpha = 1,$$

ÉCLAIRAGE

avec $\rho = I_\rho / I_i$ le facteur de réflexion, $\alpha = I_\alpha / I_i$ le facteur d'absorption et $\tau = I_\tau / I_i$ le facteur de transmission.

b) Les corps translucides

D'un point de vue énergétique les corps translucides font partie de la famille des corps transparents. En effet, les bilans d'énergie s'écrivent de la même façon. La différence entre ces deux catégories est marquée par l'état des surfaces. Contrairement aux corps transparents qui ont une surface bien lisse, les corps translucides ont une surface rugueuse. Cela provoque de la diffusion autant à la réflexion qu'à la transmission du faisceau incident. On montre sur la figure III.7 les conséquences d'une telle surface.

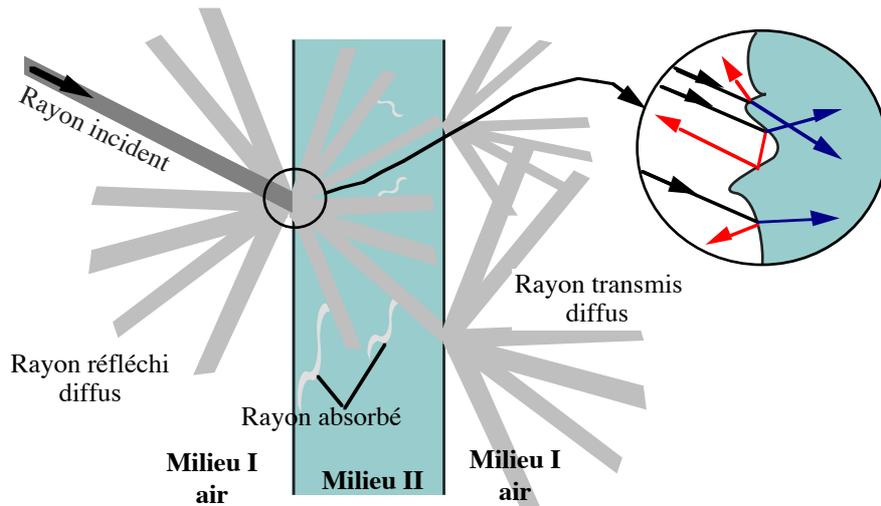


Figure III.7 Diffusion de la lumière par un corps translucide. Les rayons sont dispersés dans toutes les directions si bien que la lumière semble sortir de toute la surface de la vitre. On montre, dans le zoom, comment la rugosité de la surface provoque la diffusion.

à l'inverse de la réflexion et de la transmission spéculaire induite par les corps transparents, on parle ici de réflexion diffuse et de transmission diffuse. Cette propriété donne aux corps translucides, une

ÉCLAIRAGE

luminosité, plus ou moins homogène suivant la qualité de la surface, qui semble venir de toutes leurs surfaces. C'est pour cela qu'ils nous apparaissent blanc.

Le phénomène de diffusion est, de manière plus générale, la transformation d'un rayon unidirectionnel en une multitude de rayons allant dans toutes les directions. On observe ce phénomène fréquemment. C'est le cas, par exemple, de la diffusion de la lumière solaire par un ciel pollué. Le ciel nous apparaît alors plus pâle et sa luminosité est homogène.

c) Les corps opaques

Les corps opaques sont tous les corps qui ne transmettent aucune lumière. Dans le bilan énergétique le facteur de transmission est nul. Une partie de la lumière est réfléchi l'autre absorbée. Le comportement du corps vis à vis de la lumière naturelle dépend essentiellement de sa couleur. On a déjà abordé ce problème au chapitre III.1.2 lorsqu'on a parlé des couleurs. Les deux cas extrêmes sont les objets noirs qui absorbent toutes les couleurs incidentes et les objets blancs qui réfléchissent toutes les couleurs. On parlera, en terme d'éclairage, de corps absorbants ou de corps réfléchissants.

III.3.2 Verres et vitrages

L'utilisation de vitrages dans le bâtiment s'est considérablement accrue ces vingt dernières années. Ceci a été rendu possible grâce à la maîtrise de nouveaux procédés de fabrications de vitrages. Bien que la fabrication du verre, qui reste l'élément de base pour tous les types de vitrages, soit très ancienne, l'introduction de nouveaux produits et l'amélioration des techniques de flottage et de trempage ont permis d'améliorer et de diversifier notablement la production.

On dispose aujourd'hui d'une large panoplie de vitrages. Le choix du vitrage est fonction de différents paramètres comme par exemple sa situation géographique ou simplement sa situation au sein d'un édifice. Il doit aussi répondre à certaines contraintes imposées par

ÉCLAIRAGE

des exigences de sécurité et par des considérations de confort acoustique, thermique ou lumineux.

a) Procédés de fabrication du verre

Le verre est une substance amorphe ne présentant aucun ordre à longue distance au niveau atomique. Il est le résultat de la fusion, à environ 1500 °C, de la silice (28% de l'écorce terrestre) avec du carbonate de sodium ou de potassium.

Lors de la fabrication d'une vitre, le verre fondu est versé sur un bain d'étain liquide, verre flotté, où il s'étale de façon continue et uniforme. On obtient ainsi des feuilles de verre dont les surfaces sont bien lisses. C'est la technique dite du flottage. Afin d'obtenir l'état amorphe, on provoque un refroidissement rapide du mélange par la technique du verre trempé ou trempage. On évite ainsi la cristallisation (disposition ordonnée des composants atomiques) du verre qui rendrait le produit final moins transparent. Cette opération confère également au produit une bonne tenue aux forts gradients de température.

Le flottage et le trempage constituent les opérations de base dans la chaîne de production des vitrages. Pour la fabrication de vitrages plus sophistiqués, on peut intervenir à différents stades de la fabrication. On peut rajouter, par exemple, des produits lors de la fusion, ou alors assembler plusieurs types de verre en y insérant d'autres matériaux. Autre exemple, pour les verres translucides, la rugosité de la surface peut être obtenue par impression mécanique. On décrit dans le chapitre suivant quelques uns de ces procédés.

b) Les différents types de vitrages

On passe en revue, dans cette partie, les différents types de produits verriers existants. L'objectif n'est pas de faire une liste exhaustive de tous les vitrages disponibles sur le marché, mais de donner un aperçu de la diversité des techniques employées pour leur élaboration. On voit également, à travers cette brève description,

ÉCLAIRAGE

l'utilité de grandeurs tel que l'indice d'affaiblissement acoustique ou encore le coefficient de transmission thermique.

On distingue alors, suivant la fonction,

- les vitrages conçus pour l'isolation thermique.

Ils se composent ordinairement d'un ensemble d'au moins deux feuilles de verre séparées par un espace hermétiquement clos renfermant de l'air déshydraté ou un gaz à forte densité qui confère à l'ensemble des propriétés particulières d'isolation thermique. Chacune des feuilles peut être traitées afin d'augmenter les performances thermiques de l'ensemble. On peut ainsi avoir une glace dont l'une des faces est revêtue d'une couche métallique à faible émissivité. On peut également disposer une glace armée. Dans ce cas, on insère un treillis en fil de fer entre deux feuilles laminées.

Tous ces vitrages sont caractérisés par leur coefficient de transmission thermique K (inverse de la résistance thermique).

- Les vitrages conçus pour l'isolation acoustique.

Ils se composent de la même façon que pour l'isolation thermique de deux ou plusieurs glaces séparées par des milieux hermétiques. Il existe également des vitrages feuilletés de sécurité constitués de deux ou plusieurs composants verriers assemblés entre eux par un ou plusieurs intercalaires en résine.

Les performances acoustiques d'un vitrage sont définis par l'indice d'affaiblissement acoustique R mesuré en décibel pondéré.

- Les vitrages répondant à des contraintes de sécurités.

La sécurité couvre un large champ d'application. Elle concerne, aussi bien, la protection des personnes lors de chocs violents (vitrages pare-balles), que la prévention lors d'éclats de vitres, ou la protection incendie (vitrages pare-flammes). L'élément de base de ces vitrages est le verre feuilleté. C'est un assemblage de deux ou plusieurs verres collés par un ou plusieurs films de plastique. Le film de plastique est

ÉCLAIRAGE

choisi en fonction de l'utilisation du vitrage. Par exemple, pour des vitrages pare-flamme on choisira un plastique qui résiste bien aux fortes températures.

Parmi les verres prévus pour les fortes températures, on peut citer les vitrocéramiques. Ils sont employés pour les cheminées et de plus en plus pour les gazinières. Comme son nom l'indique, ce verre est un mélange de verre et de céramique.

- Les vitrages conçus pour la protection solaire.

C'est le cas des glaces teintées. La teinte est due à l'apport d'oxydes métalliques dans le verre fondu. On peut également pulvériser à chaud ces oxydes métalliques sur une des faces.

- Les vitrages conçus pour la décoration ou la signalisation.

La sérigraphie à chaud est une technique permettant de déposer sur le verre une ou plusieurs couches successives d'un émail inaltérable dans une palette de couleurs variées. On peut ainsi utiliser le verre pour des applications utilitaires (panneaux de signalisation) ou décoratives.

ANNEXES

ANNEXE

Annexe A : Rappels

I Algèbre

I.1 Opération sur les exposants

Exposants entiers :

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a \times a \quad (n \text{ fois})$$

Produit de 2 puissances d'un même nombre :

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

Les inverses suivent la même règle. La seule différence est que les exposants sont négatifs.

Sachant que : $a^{-n} = 1/a^n$

$$\begin{aligned} \text{alors on a :} \quad a^{-n} \times a^{-m} &= 1/a^n \times 1/a^m = 1/(a^n \times a^m) = \\ 1/a^{(n+m)} &= a^{-(n+m)} \\ &= 1/a^{n+m} \end{aligned}$$

Exposant 0 : Tous les nombres non nuls élevés à la puissance 0 valent 1.

$$\text{démonstration pour } a \neq 0 : \quad a^0 = a^{1-1} = a^1 \times a^{-1} = a/a = 1$$

Exposants non entiers (racine n^{ième}) :

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a} \quad a^{1/2} = \sqrt{a}$$

Règles relatives :

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

$$(a/b)^n = a^n/b^n$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{n/n}$$

$$\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a/b} = \sqrt[n]{a} / \sqrt[n]{b}$$

$$b \neq 0$$

$$m \neq 0 \text{ et } a \geq 0$$

$$a \geq 0 \text{ et } b \geq 0$$

$$b > 0 \text{ et } a \geq 0$$

ANNEXE

I.2 Opérations sur les puissances de 10

Il arrive souvent que l'on ait besoin de multiplier de très petits nombres entre eux ou avec de très grands nombres. L'utilisation des puissances de 10, dans ces cas, est très pratique car elle transforme la multiplication des décimales par l'addition entre nombres entiers.

Exemple : $0,000008 \times 0,0079$

sous forme de puissance l'opération devient :

$$8 \cdot 10^{-6} \times 7,9 \cdot 10^{-3} = 8 \times 7,9 \cdot 10^{-6-3} = 8 \times 7,9 \cdot 10^{-9}$$

Appellation des multiples et sous-multiples

10^{-12}	pico	(p)	10^{12}	terra	(T)
10^{-9}	nano	(n)	10^9	giga	(G)
10^{-6}	micro	(μ)	10^6	mega	(M)
10^{-3}	milli	(m)	10^3	kilo	(K)

I.3 Fonction logarithme décimal

On utilise cette fonction en acoustique, pour définir les niveaux d'intensités.

Définition : $\text{Log } 10 = 1$

Le logarithme n'est défini que pour les nombres positifs et non nuls. Pour a et b, deux nombres strictement positifs, on a les propriétés suivantes

$$\text{Log}(a \times b) = \text{Log}(a) + \text{Log}(b)$$

$$\text{Log}(a/b) = \text{Log}(a) - \text{Log}(b)$$

$$\text{Log}(a)^n = n \times \text{Log}(a)$$

$$\text{Log}(\sqrt[n]{a}) = 1/n \times \text{Log}(a) \quad n \neq 0$$

$$\text{Log}(1) = 0 \quad \text{démonstration, soit } a > 0 \quad \text{Log}(a)^0 = 0 \times \text{Log}(a) = 0$$

II Calcul vectoriel

Définition d'un vecteur : Grandeur déterminée à la fois par son intensité, son point d'application, sa direction et son sens.

ANNEXE

Exemple : la vitesse, la force, le poids, ...
L'intensité d'un vecteur ou son module s'écrit :

$$\|\vec{A}\| = A$$

La mesure algébrique donne à la fois le sens et le module, elle s'écrit :

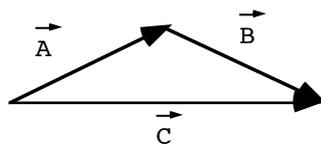
$$\bar{A} = \pm |A|$$

Les grandeurs qui ne sont pas vectorielles sont dites scalaires. Elles sont complètement déterminées par leur intensité. Exemple, la masse, le volume, la fréquence, ...

Tous les cas que l'on va traiter cette année sont plans, c'est pour cette raison qu'on se limite, dans ce rappel, aux problèmes à deux dimensions.

II.1 Addition de vecteurs

- Méthode graphique : C'est une méthode simple et directe. Il suffit de mettre le point d'application du deuxième vecteur à l'extrémité du premier puis de joindre les deux bouts..

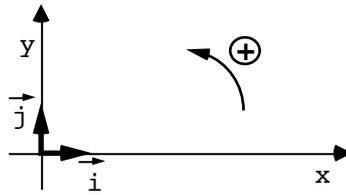


Il faut quand même être équipé d'une règle et d'un rapporteur pour plus de précision.

- Méthode des composantes : Cette méthode devient plus pratique lorsqu'il s'agit d'additionner plusieurs vecteurs. Il faut pour

ANNEXE

cela munir l'espace d'un repère qui sert de référence pour tous les vecteurs. Un repère consiste en deux axes perpendiculaires munis chacun d'un vecteur unitaire définissant la direction et le sens de chacun des axes.



On choisit conventionnellement pour la direction horizontale le vecteur unitaire \vec{i} avec pour coordonnée l'abscisse x , et pour la direction verticale le vecteur unitaire \vec{j} avec pour coordonnée l'ordonnée y .

Projection sur les axes : Soit \vec{A} un vecteur quelconque, alors

$$\vec{A} = \overline{A}_x \vec{i} + \overline{A}_y \vec{j} . \text{ On peut l'écrire aussi sous forme de colonne}$$
$$\vec{A} = \begin{pmatrix} \overline{A}_x \\ \overline{A}_y \end{pmatrix}$$

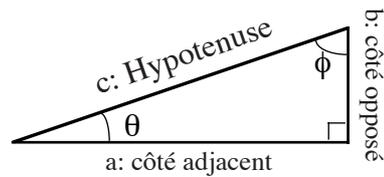
Son module est $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ et sa direction est $\text{tg}(\theta) = \overline{A}_y / \overline{A}_x$

Lorsque le module A et la direction θ sont connus, alors \overline{A}_x et \overline{A}_y sont calculés directement à partir des relations

$$\overline{A}_x = A \cos(\theta) \text{ et } \overline{A}_y = A \sin(\theta)$$

ANNEXE

Comme moyen mnémotechnique pour tout retenir il faut avoir à l'esprit les règles du triangle rectangle et le théorème de Pythagore.



$$\cos(\theta) = a/c \quad \sin(\theta) = b/c \quad c^2 = a^2 + b^2$$

La somme de 2 vecteurs se résume à additionner leurs composantes

$$\vec{A} + \vec{B} = (\bar{A}_x + \bar{B}_x) \vec{i} + (\bar{A}_y + \bar{B}_y) \vec{j}$$

II.2 Produit scalaire

Définition : $\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos(\theta)$

Cette opération transforme un vecteur en scalaire. Elle est commutative;

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

à partir de cette définition on obtient les résultats suivants :

$$\begin{array}{ll} \vec{i} \cdot \vec{i} = 1 & \vec{j} \cdot \vec{j} = 1 \\ \vec{i} \cdot \vec{j} = 0 & \vec{j} \cdot \vec{i} = 0 \end{array}$$

Exercice : connaissant ces règles on peut calculer l'expression du produit scalaire en fonction des composantes de \vec{A} et de \vec{B} .

ANNEXE

II.3 Produit vectoriel

Afin de définir correctement cette opération, on a besoin de munir l'espace d'un sens positif de rotation. Celui-ci est conventionnellement choisi dans le sens trigonométrique (sens contraire à celui de la rotation des aiguilles d'une montre).

$$\text{Définition : } \quad \vec{A} \times \vec{B} = A.B.\sin(\theta) \vec{k}$$

Cette opération transforme deux vecteurs en un autre vecteur. Le vecteur \vec{k} est unitaire, et il forme avec les deux vecteurs \vec{i} et \vec{j} une base orthonormée de l'espace. Le produit vectoriel obéit à la règle du tire bouchon qui respecte le sens positif de rotation donné à l'espace. Le trièdre $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, dans cet ordre, forme un trièdre direct. On a alors dans ce cas,

$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$$

Le produit vectoriel n'est donc pas commutatif;

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

à partir de cette définition, on obtient les résultats suivants :

$$\begin{array}{ll} \vec{i} \times \vec{i} = \vec{0} & \vec{j} \times \vec{j} = \vec{0} \\ \vec{i} \times \vec{j} = \vec{k} & \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i} \\ \vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j} & \vec{k} \times \vec{k} = \vec{0} \end{array}$$

Exercice : connaissant ces règles, on peut calculer l'expression du produit vectoriel en fonction des composantes de \vec{A} et \vec{B} . L'expression donnée ici est le résultat du produit croisé.

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} \bar{A}_x \\ \bar{A}_y \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \bar{B}_x \\ \bar{B}_y \end{pmatrix} = (\bar{A}_x \bar{B}_y - \bar{A}_y \bar{B}_x) \vec{k}$$

ANNEXE

III Système d'unité

Les unités définissent les grandeurs employées. Il existe plusieurs systèmes d'unités dans le monde. On utilise ici le système international (SI), défini par le mètre (m) pour les longueurs, le kilogramme (kg) pour la masse, la seconde (s) pour le temps et l'ampère (A) pour le courant (MKSA).

Quel est l'intérêt des unités ?

- D'abord qui dit système d'unité dit système de référence. En effet, toutes les valeurs que l'on utilise sont des valeurs relatives. Quand par exemple on dit 10 kg, cela veut dire $10 \times 1 \text{ kg}$. Mais c'est combien 1 kg ? Afin d'être sûr que tout le monde parle de la même chose, on a défini des valeurs étalons (valeur de référence), qui font l'unanimité. Le critère pour le choix de ces valeurs est leur stabilité dans le temps.

- D'un point de vue pratique, lorsqu'on manipule plusieurs grandeurs, par exemple lors de la résolution d'équations, il faut être sûr qu'on ne mélange pas tout. Ainsi pour vérifier qu'une relation est correcte, on peut résoudre l'équation aux dimensions associées. Cette opération consiste simplement à remplacer les grandeurs par leur unité.

Exemple : relation entre masse et masse volumique

la dimension de la masse $[M] = \text{kg}$

la dimension de la masse volumique $[\rho] = \text{kg}/\text{m}^3$

Exercice : calcul de la masse d'un objet à partir de sa masse volumique et de son volume V .

$$M = \rho \cdot V$$

Pour s'assurer de la relation on écrit l'équation aux dimensions

$$[M] = [\rho] \cdot [V] \Rightarrow (\text{kg}) = (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}) \cdot (\text{m}^3) \text{ on simplifie par } \text{m}^3$$

et on retrouve les mêmes unités des deux côtés de l'équation.

ANNEXE

III.1 Unités de références

Longueur : mètre (m)	Longueur parcourue dans le vide par la lumière pendant 1/299792458 secondes.
Masse : kilogramme (kg)	Masse du prototype en platine iridié du kilogramme déposé au bureau international des poids et des mesures.
Temps : seconde (s)	Durée de 91926317720 périodes de la radiation correspondant à la transition entre 2 niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.
Température : Kelvin (K) Celsius (°C) Fahrenheit (°F)	Le 0 K est la température où la matière est totalement figée. K = °C + 273 °F = 9/5*(°C) + 32

III.2 Unités dérivées

Surface : (m ²)	longueur * longueur
Volume : (m ³)	longueur * longueur * longueur
Vitesse : (m.s ⁻¹)	distance parcourue par unité de temps
Accélération : (m.s ⁻²)	variation de la vitesse par unité de temps
Fréquence : (s ⁻¹)	L'inverse de la durée d'un cycle d'un signal périodique
Force : Newton (N) [N] = m*kg*s ⁻²	D'après les lois de la dynamique la force est le produit de la masse et de l'accélération

ANNEXE

Pression : Pascal (Pa) [Pa] = $m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$ 1 bar = 10^5 Pa	La pression est la force par unité de surface
Energie : Joule (J) [J] = $m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$	L'énergie est le produit de la force par une distance
Puissance : Watt (W) [W] = $m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$	La puissance est une variation d'énergie par unité de temps
masse volumique : $kg \cdot m^{-3}$	La masse volumique est la masse par unité de volume

ANNEXE

Annexe B

Calcul du centre de masse pour le triangle

$$\int_0^L (x_G - x) \left(H - \frac{H}{L} x \right) dx = 0$$

On simplifie par H \Rightarrow

$$\int_0^L (x_G - x) \left(1 - \frac{x}{L} \right) dx = 0$$

En développant le produit, l'intégrale se décompose en deux parties

$$x_G \int_0^L \left(1 - \frac{x}{L} \right) dx - \int_0^L x \left(1 - \frac{x}{L} \right) dx = 0 \quad \Rightarrow$$

$$x_G \left[x - \frac{x^2}{2L} \right]_0^L - \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3L} \right]_0^L = 0 \quad \Rightarrow x_G = L/3$$

Calcul du centre de masse pour l'arc de cercle

$$\int_0^R (x_G - x) (\sqrt{R^2 - x^2}) dx = 0$$

R, étant non nul, on le met en facteur

ANNEXE

$$\int_0^R (x_G - x) \left(\sqrt{1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2} \right) dx = 0$$

On applique le changement de variable suivant $x/R = \sin \theta \Rightarrow dx = R \cos \theta d\theta$ de plus quand $x = 0$, $\theta = 0$ et quand $x = R$, $\theta = \pi/2$. L'intégrale se simplifie pour obtenir finalement

$$\int_0^{\pi/2} (x_G - R \sin \theta) \cos^2 \theta d\theta = 0$$

Là encore on sépare en deux intégrales

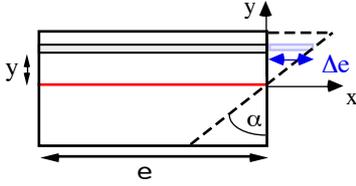
$$x_G \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta - R \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos^2 \theta d\theta = 0 \quad \text{or} \quad \cos^2 \theta = (\cos(2\theta) + 1)/2 \Rightarrow$$

$$x_G \int_0^{\pi/2} \frac{\cos(2\theta)}{2} + \frac{1}{2} d\theta - R \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos^2 \theta d\theta = 0 \quad \Rightarrow$$

$$x_G \left[\frac{\sin(2\theta)}{4} + \frac{\theta}{2} \right]_0^{\pi/2} - R \left[-\frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_0^{\pi/2} = 0 \quad \Rightarrow x_G = 4R/3\pi$$

ANNEXE

Annexe C

<p>Reprenons le schéma III.10 (c). Soit Δe l'allongement de la fibre élémentaire, y sa distance à la fibre moyenne. La fibre subit un allongement comme dans le cas de la tension.</p>	
<p>La déformation élémentaire associée est donnée par la relation.</p>	$\delta_n = \Delta e / e$
<p>Cet allongement est lié à l'angle α par la relation</p>	$\Delta e / y = - \operatorname{tg}(\alpha)$ <p>Vu que le sens positif de rotation de l'espace est dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, le signe de α est négatif. De plus comme α est très petit,</p> $\Rightarrow \operatorname{tg}(\alpha) = \alpha \Rightarrow \Delta e / y = - \alpha$ $\Rightarrow \delta_n = - y \alpha / e$
<p>La contrainte normale s'écrit alors</p>	$\Rightarrow \bar{\nu} = -E y \alpha / e$
<p>Injectons cette expression dans la 3^{ème} équation du système III.1 (on élimine pour alléger l'écriture les indices i).</p>	$\bar{M} - E \frac{\alpha}{e} \sum y^2 ds = 0$ $\sum y^2 ds = I_z$ <p>I_z est le moment d'inertie de la section par rapport à l'axe Gz.</p>
<p>On remplace alors l'expression du rapport α/e nouvellement trouvée dans celle de la contrainte normale. On retrouve ainsi l'équation III.8.</p>	$\bar{\nu} = - \bar{M} y / I_z$

Séries d'exercices

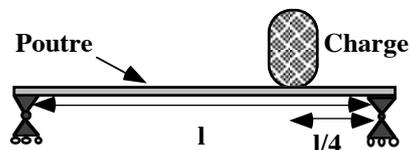
Série de statique

SÉRIE DE STATIQUE

Exercice I

Une poutre homogène pesant 200 N et supportant une charge de 450 N est en équilibre sur deux appuis simples en chacune de ces extrémités.

Trouver l'intensité des réactions d'appuis ?

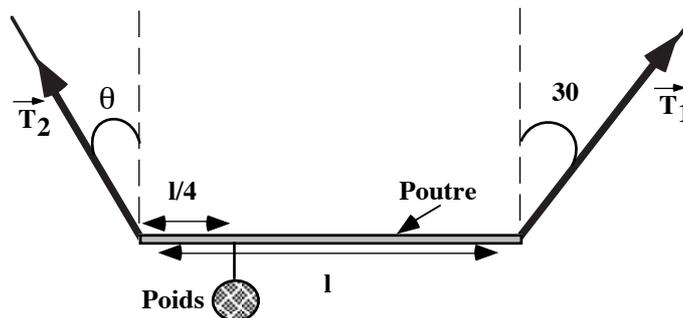


$$\bar{R}_A = 212,5 \text{ N et } \bar{R}_B = 437,5 \text{ N}$$

Exercice II

La poutre homogène représentée sur la figure pèse 120 N. Elle est suspendue par ces deux extrémités à deux cordes. Un poids de 400 N est suspendu en un point situé à un quart de la longueur de la poutre par rapport à son extrémité de gauche.

Trouver les tensions \vec{T}_1 et \vec{T}_2 et l'angle θ que fait la corde de gauche par rapport à la verticale ?

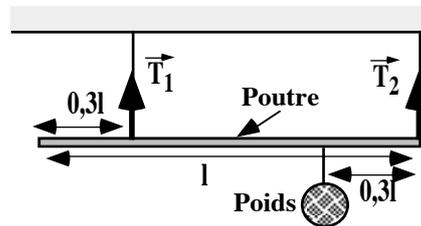


SÉRIE DE STATIQUE

$T_1 = 185 \text{ N}, T_2 = 371 \text{ N} \text{ et } \theta = 14,4^\circ$

Exercice III

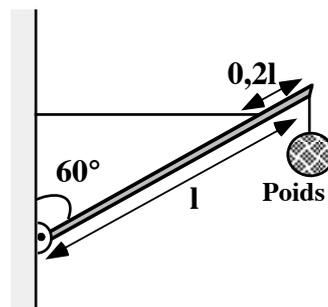
La poutre représentée sur la figure est homogène et pèse 500 N.
 Quel poids doit-on accrocher pour que les tensions \vec{T}_1 et \vec{T}_2 soient égales ?



$P = 1500 \text{ N} \text{ et } T_1 = T_2 = 1000 \text{ N}$

Exercice IV

La poutre représentée sur la figure est homogène et pèse 60 N.
 Trouver la tension de la corde et les réactions de l'appui lorsque le poids est de 200 N ?

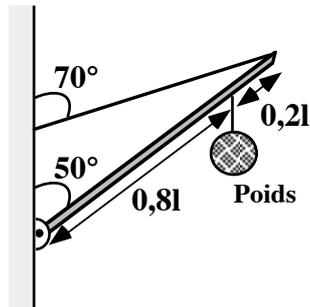


$T = 500 \text{ N}, R_n = 500 \text{ N} \text{ et } R_t = 260 \text{ N}$

SÉRIE DE STATIQUE

Exercice V

En supposant le poids de la poutre négligeable, trouver la tension de la corde et les réactions dues à l'articulation en fonction du poids P ?



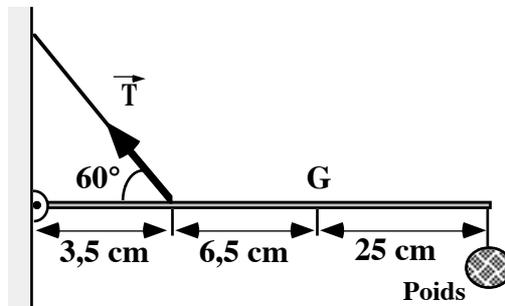
$$T = 1,8.P N, R_n = 1,69.P N \text{ et } R_t = 1,62.P N$$

Exercice VI

Un homme tient dans sa main un poids de 20 N. Supposons que le système peut être modélisé comme l'indique la figure suivante. La tension \vec{T} est la force exercée par le biceps. La poutre représente l'avant-bras qui pèse 65 N dont le centre de gravité est G. Le coude est schématisé par l'articulation.

Calculer la tension du biceps et les composantes de la force exercée au niveau du coude.

SÉRIE DE STATIQUE

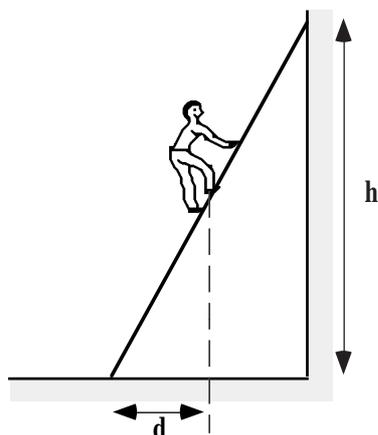


$T = 445,4 \text{ N}$, $R_n = 222,7 \text{ N}$ et $R_t = (-) 300 \text{ N}$
--

Exercice VII

Une échelle légère (poids négligeable) repose contre un mur. Le point d'appui est à une hauteur h et le contact est supposé sans frottement. Une personne monte sur l'échelle jusqu'au moment où l'échelle est à la limite du glissement.

Sachant que le coefficient de frottement statique entre les pieds de l'échelle et le plancher est μ , trouver la distance horizontale maximale d , parcourue par cette personne, avant le glissement ? Donner la solution en fonction de h et μ .

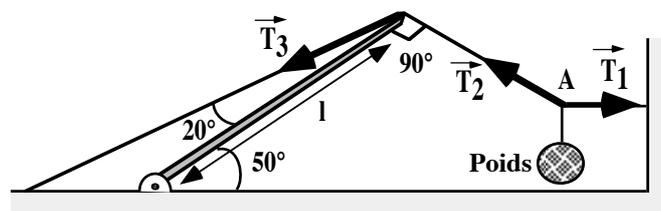


$\mu = d/h$

SÉRIE DE STATIQUE

Exercice VIII

Trouver \vec{T}_1 , \vec{T}_2 et \vec{T}_3 pour le mécanisme représenté sur la figure suivante, sachant que la poutre est homogène et que son poids est de 800 N ? Le poids suspendu en A est de 2000 N.



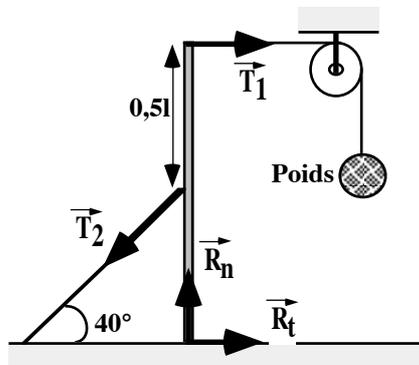
$$T_2 = 3111 \text{ N}, T_1 = 2383,5 \text{ N et } T_3 = 9847,3 \text{ N}$$

Exercice IX

Un poutre homogène de 200 N est maintenue en position verticale par un système représenté sur la figure suivante. Un câble fixé au plancher retient la poutre en son milieu. Un câble attaché à l'extrémité supérieure de la poutre passe dans une poulie et supporte un poids de 100 N. Le contact entre le câble et la poulie est supposé sans frottement.

Trouver les composantes de la réaction exercée par le plancher sur la poutre ?

SÉRIE DE STATIQUE

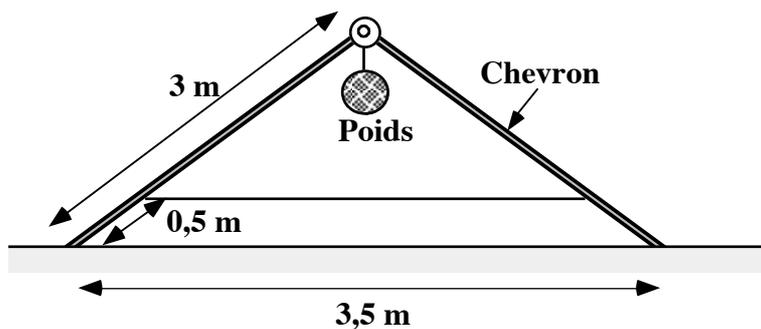


$T_1 = 100 \text{ N} , T_2 = 261 \text{ N} , R_t = 100 \text{ N} \text{ et } R_n = 368 \text{ N}$

Exercice X

Pour la construction d'une ferme on utilise deux chevrons homogènes pesant chacun 150 N et articulés au sommet de la ferme. Les deux chevrons reposent sans frottement sur le plancher et sont reliés par une corde tendue.

Trouver la tension de la corde et la réaction du plancher lorsque le poids, suspendu au sommet de la ferme, pèse 500 N ?



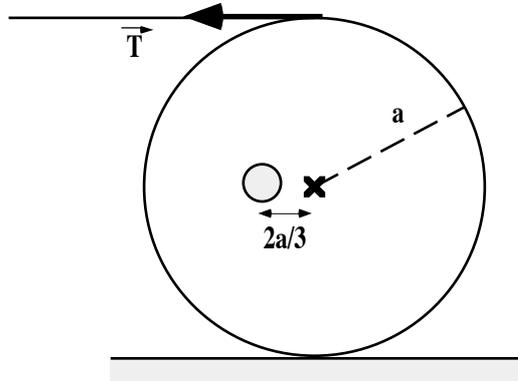
$\bar{R}_n = 400 \text{ N} \text{ et } T = 279,35 \text{ N}$
--

SÉRIE DE STATIQUE

Exercice XI

Un cylindre homogène, de rayon a , a un poids initial de 80 N. Après la perforation d'un petit trou cylindrique non axial, comme l'indique la figure, son poids est réduit à 65 N.

En supposant que le cylindre ne peut pas glisser sur la table, trouver la tension de la corde qui empêche le cylindre de se mouvoir ?



$d = 0,154 a$ et $\vec{T} = - 5 N$

Exercice XII

Trois objets, de masses respectives 2kg, 4kg et 6kg, sont placés aux trois sommets d'un triangle équilatéral de côté 0,5 m.

Trouver le centre de masse du système et exprimer ses coordonnées dans un repère dont l'origine est la masse de 2kg et où l'axe des abscisses passe par la masse 4kg ?

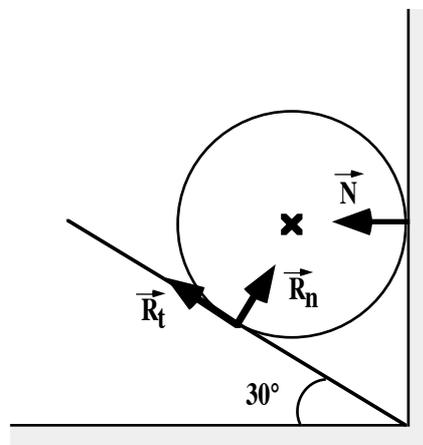
$x = 0,29 m$ et $y = 0,22 m$

SÉRIE DE STATIQUE

Exercice XIII

Une sphère de masse 10kg et de rayon 0,1 m repose dans l'angle formé par un plan incliné faisant 30° avec l'horizontale et un mur vertical lisse.

Calculer les réactions exercées par les deux surfaces sur la sphère ?

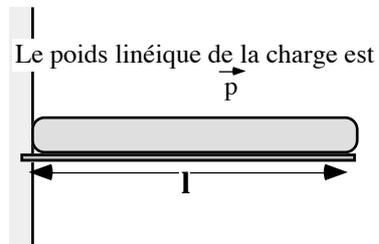


$N = 56,5 \text{ N} , R_t = 0 \text{ N} \text{ et } R_n = 113 \text{ N}$
--

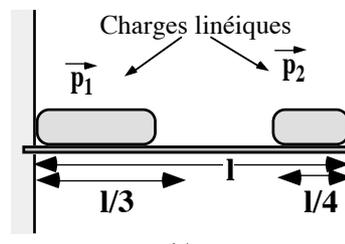
Exercice XIV

Trouver les réactions d'appui sur la poutre en équilibre dans les cas de figures suivant ? On donnera les résultats en fonction des données représentées sur les figures. Le poids de la poutre est supposé négligeable et les charges sont homogènes.

SÉRIE DE STATIQUE



a)



b)

a) $\overline{R_t} = 1.p$

$\overline{M_e} = l^2/2.p$

b) $\overline{R_t} = 1/3.p_1 + 1/4.p_2$

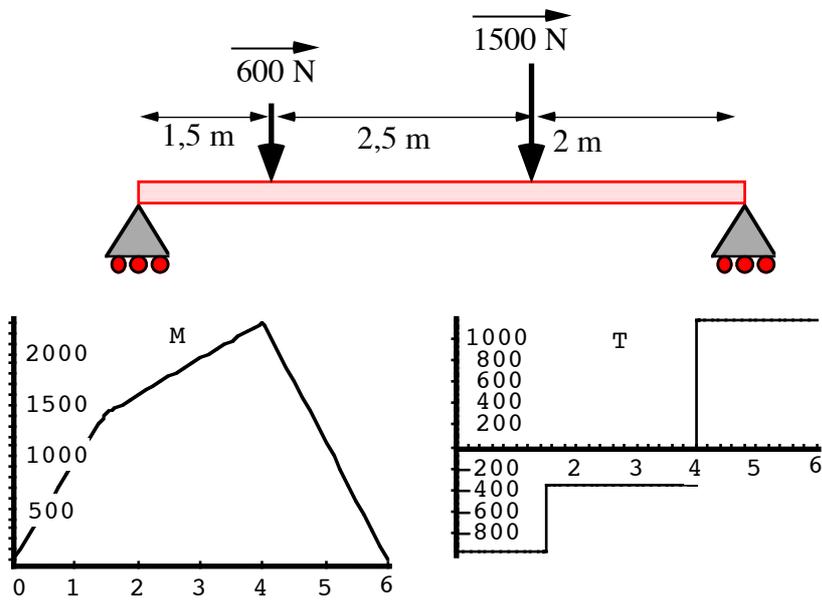
$\overline{M_e} = l^2/2(p_1/9 + 7p_2/16)$

Série de RDM

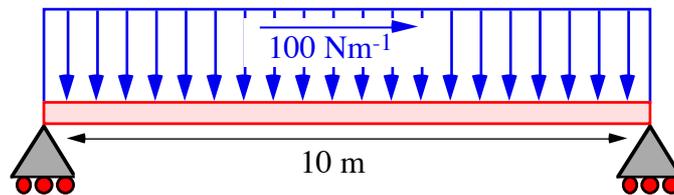
SÉRIE DE RDM

Calculer l'effort normal, l'effort tranchant et le moment fléchissant pour les systèmes suivants. On néglige, pour tous les cas, le poids de la poutre.

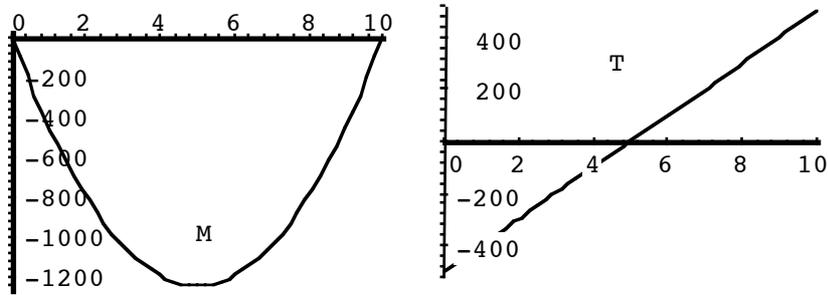
Exercice I



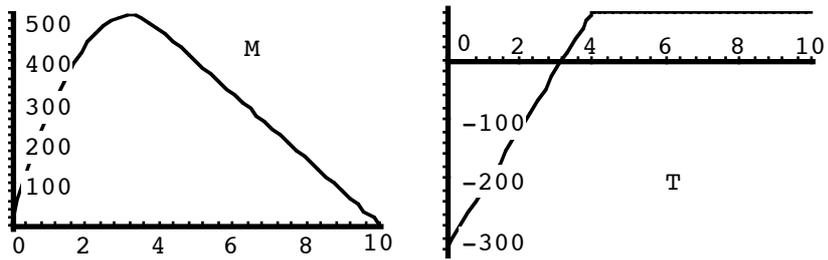
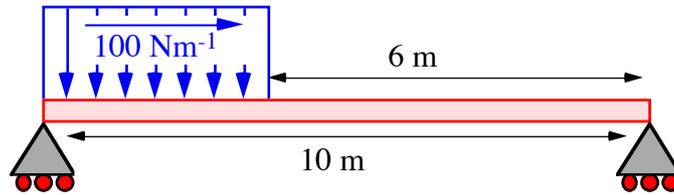
Exercice II



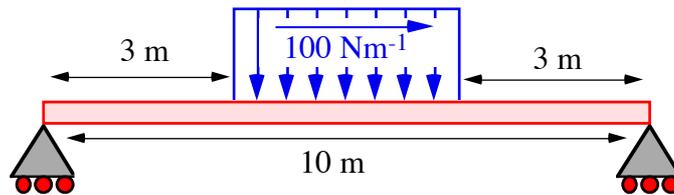
SÉRIE DE RDM



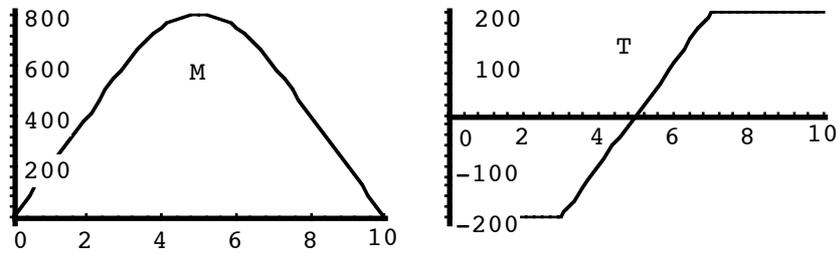
Exercice III



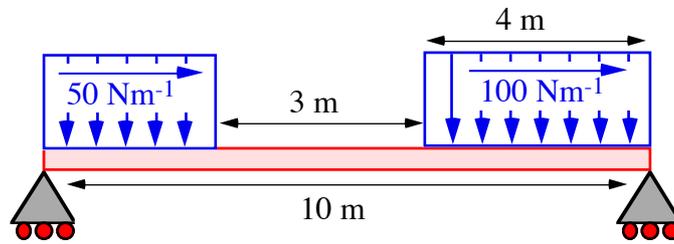
Exercice IV



SÉRIE DE RDM

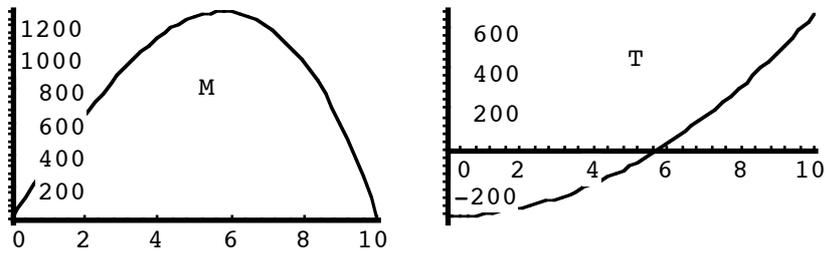
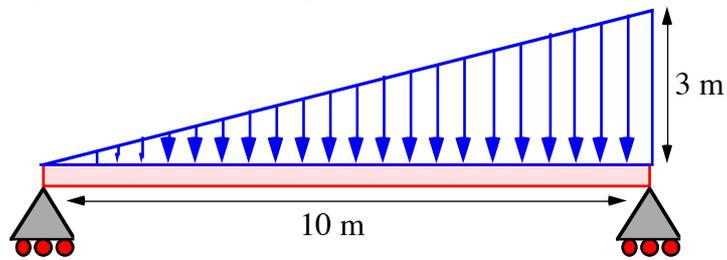


Exercice V



Exercice VI

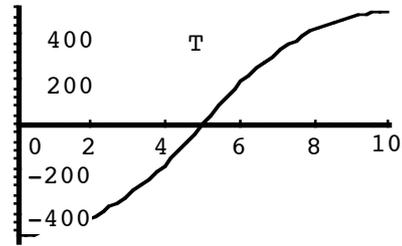
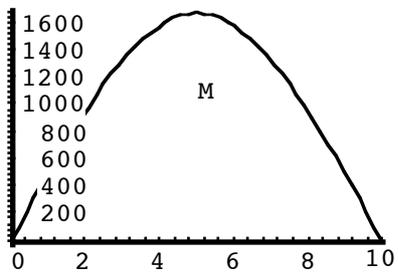
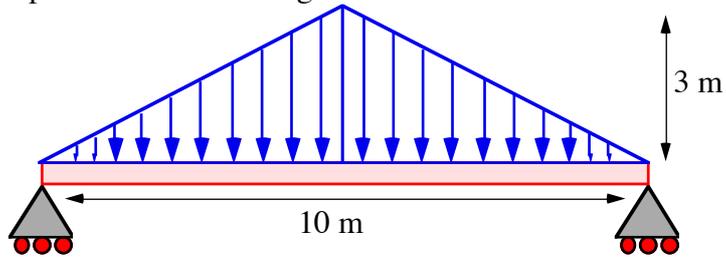
Le poids total de la charge est $P = 1 \text{ kN}$.



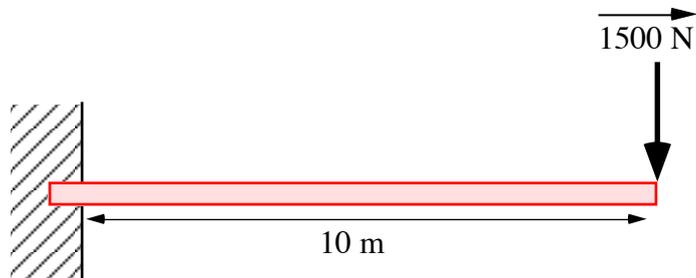
SÉRIE DE RDM

Exercice VII

Le poids total de la charge est $P = 1\text{ kN}$.

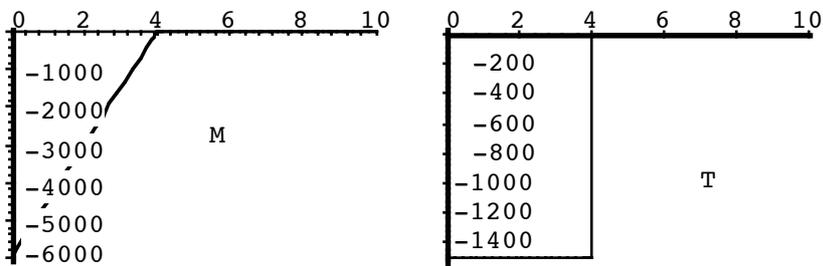
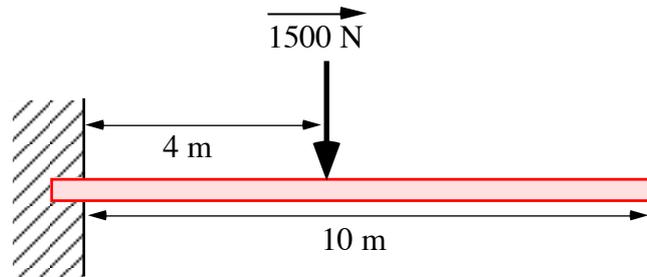


Exercice VIII

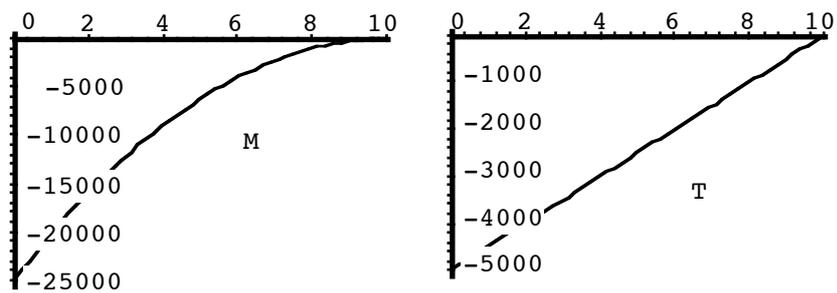
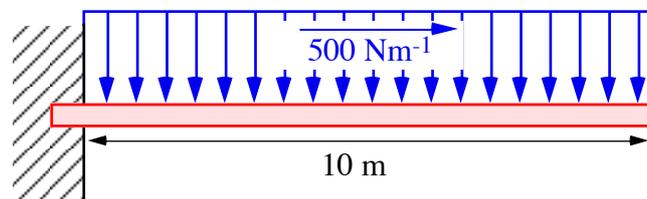


SÉRIE DE RDM

Exercice IX



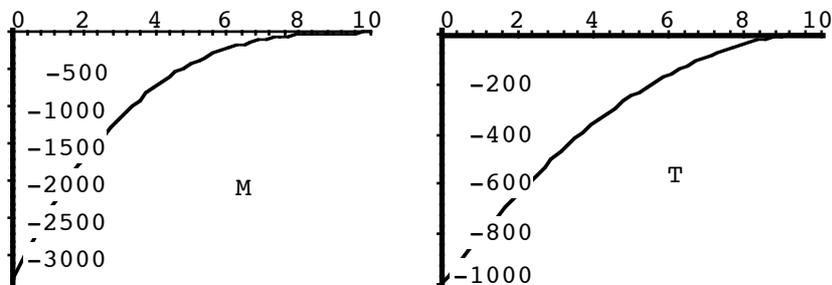
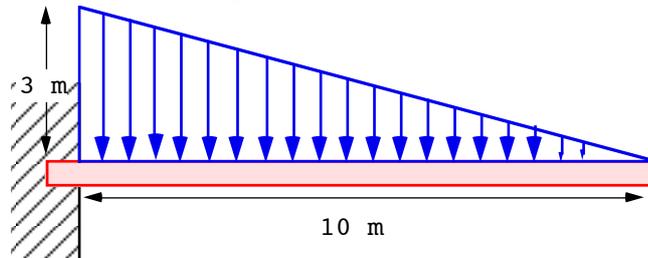
Exercice X



SÉRIE DE RDM

Exercice XI

Le poids total de la charge est $P = 1\text{kN}$.



Exercice XII

Un fil de 2,4 m de long et de $0,01\text{ cm}^2$ de section droite s'allonge de 0,05 cm quand un poids de 500 N y est suspendu. Quelle est la contrainte de tension du fil. Calculer le module d'Young du fil.

$$f = 510^4 \text{ Ncm}^{-2} \text{ et } Y = 2,4 \cdot 10^8 \text{ Ncm}^{-2}$$

Exercice XIII

Un fil d'aluminium de 3 mm de diamètre et de 4 m de long est utilisé pour soutenir une masse de 50 kg. Le module d'Young pour l'aluminium est de $7 \cdot 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$. Quelle est l'élongation du fil.

$$\Delta L = 3,96 \text{ mm}$$

SÉRIE DE RDM

Exercice XIV

Quel est l'allongement maximal d'un fil d'acier de 3 m de long et de 2 mm de diamètre sachant que sa limite d'élasticité vaut $2,5 \cdot 10^8 \text{ Nm}^{-2}$. Le module d'Young du fil est $2 \cdot 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$. Quelle est la valeur de la force correspondant à cet allongement.

$$\Delta L = 3,75 \text{ mm et } F = 785 \text{ N}$$

Exercice XV

Soit un cube de métal de 25 cm de côté. On applique une force horizontale de 4000 N sur la face supérieure et une force de même valeur mais de sens opposée sur la face inférieure.

Trouver l'angle de cisaillement et le déplacement relatif de la face supérieure par rapport à la face inférieure sachant que le module de Coulomb du métal est 80 GPa.

$$G = 8 \cdot 10^{-7} \text{ rad et } d = 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$

Série de thermique

SÉRIE DE THERMIQUE

Série I

Exercice I

Une personne n'est pas satisfaite de la vitesse de cuisson d'un oeuf dans une casserole d'eau bouillante.

Cuirait-il plus vite si on augmente le feu ? Sinon quelle solution permet d'accélérer la cuisson ?

Exercice II

Au cours de la préparation du thé, 600g d'eau à 90°C sont versés dans un pot de porcelaine de 200g à 20°C.

Sachant que $C_{\text{pot}} = 0,2 \text{ kcal/kg/}^\circ\text{C}$ et $C_{\text{eau}} = 1 \text{ kcal/kg/}^\circ\text{C}$, quelle est la température finale de l'eau dans les conditions normales de température et de pression ? On négligera les échanges de chaleur du pot avec l'air ambiant.

$$T_f = 86^\circ\text{C}$$

Exercice III

Un cube de glace de 30g à 0°C fond dans 200g d'eau à 30°C dans les conditions normales de température et de pression.

Quelle est la température finale ? On négligera les échanges de chaleur de l'eau avec l'air ambiant.

$$T_f = 15,7^\circ\text{C}$$

Exercice IV

Quelle est la masse de vapeur d'eau à 144°C nécessaire pour faire fondre 500g de glace à 0°C dans les conditions normales de

SÉRIE DE THERMIQUE

température et de pression ? On supposera que la température finale de l'ensemble est 0°C.

$$m_v = 60\text{g}$$

Exercice V

On apporte 500 kcal à 2 kg d'eau se trouvant à 80°C.

Quelle est la quantité de vapeur d'eau produite dans les conditions normales de température et de pression ?

$$m_v = 0,85\text{kg.}$$

Exercice VI

Le plomb a un coefficient de dilatation volumique de $9 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, et sa masse volumique à 20°C est de 11g/cm^3 .

Trouver sa masse volumique à 200°C ?

$$\rho = 10,8 \text{ g/cm}^3$$

Exercice VII

La roue de bois d'un chariot a un diamètre de 120 cm. Le cerclage de fer de cette roue est délibérément fait petit. Son diamètre est de 119,6 cm à 20°C.

Trouver la température à laquelle il faut chauffer le cerclage pour qu'il puisse s'adapter sur la roue ? Le coefficient de dilatation linéaire du fer est de $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

$$T = 298^\circ\text{C}$$

SÉRIE DE THERMIQUE

Exercice VIII

Le pendule d'une horloge ancienne est réalisé en bronze. Pour une longueur L_0 et à 20°C la période de l'horloge est $T_0 = AL_0^{1/2} = 1\text{s}$. Sachant que le coefficient de dilatation du bronze $\alpha = 19,3 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}$, trouver l'erreur de son indication après une semaine de fonctionnement lorsque l'horloge fonctionne à 30°C .

60 s de retard par semaine

Exercice IX

Soit Δl_1 la variation de la longueur de la colonne de mercure d'un thermomètre à mercure. Cette variation est provoqué par une variation de température ΔT . Δl_1 ne tient pas compte de la dilatation du verre. Si on tient compte de la dilatation du verre, pour la même variation ΔT , la variation de la longueur de la colonne est cette fois Δl_2 . On suppose que seul le ballon (réservoir) du thermomètre est immergé dans l'objet dont on désire mesurer la température.

Le coefficient de dilatation volumique du mercure est $\gamma_{\text{hg}} = 182 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ et le coefficient linéaire du verre est $\alpha = 8,3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ (le verre est supposé isotrope).

Calculer l'erreur relative commise $(\Delta l_1 - \Delta l_2) / \Delta l_1$?

$(\Delta l_1 - \Delta l_2) / \Delta l_1 = 3\alpha / \gamma_{\text{hg}} = 0,14$

Exercice X

Combien de calories sont nécessaires, dans les conditions normales de température et de pression, pour transformer 1g de glace à -10°C en vapeur à 120°C ?

$\Delta Q = 734,4 \text{ cal}$

SÉRIE DE THERMIQUE

Exercice XI

Dans une expérience réalisée à pression atmosphérique on transforme 20g de glace à -5°C , en vapeur d'eau à 150°C . Les chaleurs spécifiques de la glace et de la vapeur d'eau sont respectivement $0,5 \text{ kcal/kg/}^{\circ}\text{C}$ et $0,48 \text{ kcal/kg/}^{\circ}\text{C}$.

Donner le nombre de calories nécessaires pour accomplir cette expérience ?

$$\Delta Q = 14,93 \text{ kcal}$$

Exercice XII

Un récipient de cuivre, de masse 0,3kg contient 0,45kg d'eau. Le récipient et l'eau ont initialement la température de la chambre, à savoir 20°C . Un bloc métallique de 1kg est chauffé à 100°C . Il est ensuite placé dans l'eau. La température finale du système (eau plus récipient plus bloc) est de 40°C .

Sachant que la chaleur spécifique du cuivre est $C_c = 0,093 \text{ cal/g/}^{\circ}\text{C}$, trouver la chaleur spécifique du bloc métallique ?

$$C_{\text{metal}} = 0,159 \text{ kcal/kg/}^{\circ}\text{C}$$

Exercice XIII

On cherche à déterminer expérimentalement la chaleur latente de fusion de la glace. L'expérience se fait sous conditions normales de température et de pression. Dans un récipient de fer, de masse $m_{\text{fe}} = 200\text{g}$, contenant 200g d'eau à la température $T_i = 30^{\circ}\text{C}$, on rajoute progressivement par petites doses une quantité Δm de glace à 0°C , jusqu'au moment où la température du système devient $T_f = 10^{\circ}\text{C}$. En pesant le récipient après l'expérience, on trouve que la masse a augmenté de 50g.

Calculer la chaleur latente de fusion de la glace, sachant que la chaleur spécifique du fer $C_{\text{fe}} = 0,11 \text{ kcal/kg/}^{\circ}\text{C}$?

SÉRIE DE THERMIQUE

$$L_f = 78,8 \text{ kcal/kg}$$

Exercice XIV

Une tige d'acier-nickel mesure 0,62406 m à 21°C. L'augmentation de la température jusqu'à 31°C produit un allongement de 121,6 µm sous conditions normales de température et de pression.

Donner le coefficient de dilatation linéaire de la tige et la longueur de la tige qu'elle aurait à 0°C ?

$$\alpha = 195 \cdot 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \text{ et } L = 0,6238 \text{ m}$$

Exercice XV

On a besoin, pour la réalisation de travaux, d'une tige d'acier de 88,42 cm. On dispose pour cela d'une règle d'aluminium qui a été étalonnée à 5°C.

a) Déterminer l'erreur relative sur les mesures sachant que les travaux s'effectuent sous une température ambiante de 35°C et sachant que le coefficient de dilatation linéaire de l'aluminium est $\alpha = 2,55 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$?

b) Quelle longueur devrait avoir la tige d'acier pour satisfaire aux besoins du chantier ?

$$E_r = 7,65 \cdot 10^{-4} \text{ et } L = 88,35 \text{ cm}$$

Exercice XVI

Soit γ le coefficient de dilatation volumique d'un matériau donné. Montrer que si $\Delta V = \gamma V_0 \Delta T$ alors la variation de la densité avec la température est $\Delta \rho = -\gamma \rho \Delta T$? Quelle est la signification du signe "-" ?

SÉRIE DE THERMIQUE

Exercice XVII

Un récipient de verre (matériau isotrope) est complètement rempli avec un litre de térébenthine à 20°C. Le coefficient de dilatation linéaire du verre est $\alpha_v = 8,3 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ et le coefficient de dilatation volumique de la térébenthine est $\gamma_t = 9,4 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Quel volume de liquide de térébenthine déborde si la température augmente jusqu'à 86°C ?

$$\Delta V_v - \Delta V_t = 0,06 \text{ l}$$

Exercice XVIII

Considérons de l'air à 20 °C et 60 % d'humidité relative enfermé dans un local non ventilé. Déterminer le point de rosée de l'air.

La baisse de la température extérieure se répercute sur le local qui atteint 15 °C. Calculer l'humidité relative de la pièce.

La température des parois internes étant généralement plus faible que la température de la pièce, expliquer pourquoi on observe de la condensation sur ces parois lorsque leur température est de 11 °C.

On donne pour ces calculs le point de rosée pour deux températures ambiantes et différentes valeur de l'humidité relative plus les limites de saturation en fonction de la température ambiante. Ces données sont extraites du diagramme de Mollier.

Point de rosée

HR(%)	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45
T(°C)										
20	18,2	17,3	16,5	15,4	14,3	12,9	12,1	10,8	9	7,5
15	13,4	12,5	11,5	10,7	9,4	8,5	7,3	6,3	4,8	3,4

Limite de saturation

T (°C)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Sat (g/kg)	8,1	8,7	9,3	10	10,6	11,4	12,1	12,9	13,8	14,7

SÉRIE DE THERMIQUE

HR = 83,2 %

SÉRIE DE THERMIQUE

Série II : Transferts de chaleur

Le tableau suivant est nécessaire pour la résolution de certains exercices.

Géométrie et orientation de la paroi	Dimension caractéristique	Coefficient de convection laminaire h ($\text{W m}^{-2} \text{°C}^{-1}$)
Plaque verticale	H	$1,78.\Delta T^{1/4}$
Cylindre	\varnothing	$1,32.(\Delta T/\varnothing)^{1/4}$
Plaque horizontale chauffant vers le haut	L	$2,48.\Delta T^{1/4}$
Plaque horizontale chauffant vers le bas	L	$1,31.\Delta T^{1/4}$

Tableau I Expression de h pour des écoulements laminaires en fonction de la géométrie et de l'orientation des parois.

Exercice I Garnissage d'un four

On dispose pour la construction d'un four de briques réfractaires et d'un isolant pour l'enduit extérieur. La section des briques fait 10 cm sur 7 cm. Le local censé contenir ce four ne permet pas une épaisseur supérieure à 12 cm pour se garnissage. De plus l'épaisseur de l'enduit ne peut dépasser 2 cm.

a) Sachant que la température de fonctionnement du four est 1100 °C et que la température de l'air à son voisinage doit être de

SÉRIE DE THERMIQUE

20 °C, calculer la densité du flux de chaleur à travers le garnissage, puis la température à l'interface brique-enduit. On donne le coefficient de conductivité de la brique $\lambda_b = 1 \text{ Wm}^{-1}\text{°C}^{-1}$ et celui de l'enduit est $\lambda_e = 0,1 \text{ Wm}^{-1}\text{°C}^{-1}$.

b) Supposons que l'enduit, acheté à bon marché, ne supporte pas de températures supérieures à 740 °C. Si c'est le cas, alors il est conseillé d'utiliser de l'enduit réfractaire prévu pour supporter de fortes températures. Or comme c'est un produit cher, il est préférable de l'insérer entre la brique et l'enduit afin de réduire les quantités nécessaires. Le garnissage est maintenant composé de 3 couches. Calculer la déperdition thermique par unité de surface à travers la paroi, puis les températures aux 2 interfaces. Le coefficient de conductivité de l'enduit réfractaire est $\lambda_r = 0,5 \text{ Wm}^{-1}\text{°C}^{-1}$.

$\varphi = 3600 \text{ Wm}^{-2}, T = 740 \text{ °C}$	$\varphi = 3273 \text{ Wm}^{-2}, T = 674,6 \text{ °C}$
--	--

Exercice II

Soit une paroi, d'épaisseur $e = 10 \text{ cm}$ et de $\lambda = 1 \text{ Wm}^{-1}\text{°C}^{-1}$, séparant deux ambiances différentes. D'un côté l'air est chaud et immobile, et de l'autre froid et mouvementé. Par conséquent les coefficients d'échange de chacune des deux faces sont différents. Celui tourné vers l'ambiance chaude est $h_1 = 20 \text{ Wm}^{-2}\text{°C}^{-1}$ et l'autre $h_2 = 5 \text{ Wm}^{-2}\text{°C}^{-1}$.

Calculer la densité de flux de chaleur à travers la paroi lorsque les températures de part et d'autre sont $T_1 = 500 \text{ °C}$ et $T_2 = 20 \text{ °C}$.

$\phi = 1371 \text{ Wm}^{-2}$

Exercice III Échange de chaleur par convection naturelle

Utiliser le tableau donné dans le cours pour calculer le coefficient d'échange par convection naturelle entre une paroi verticale de 2 m de haut portée à 60 °C et de l'eau à 20°C. On donne pour cela

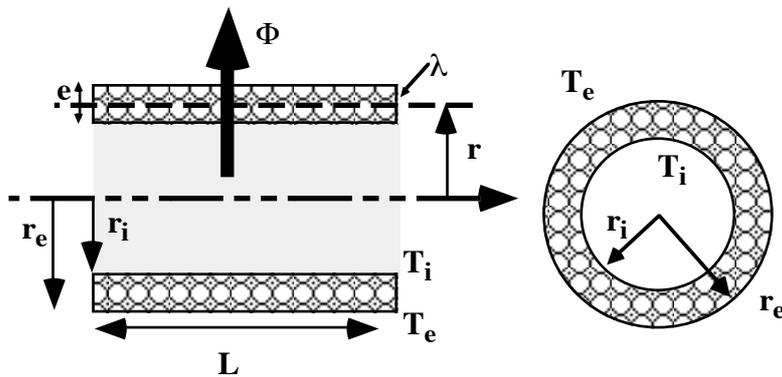
SÉRIE DE THERMIQUE

la viscosité de l'eau $\mu = 0,653 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, le coefficient de dilatation volumique $\beta = 0,38 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, la densité volumique de l'eau $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, la chaleur spécifique $C_p = 4180 \text{ Jkg}^{-1}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ et la conductivité thermique $\lambda = 0,6 \text{ Wm}^{-1}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

$$h = 916,4 \text{ Wm}^{-2}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

Exercice IV Conduction à travers une paroi cylindrique

On s'intéresse ici à la perte de chaleur durant l'écoulement d'un fluide chaud dans un tuyau. On suppose que ce tuyau est très long de sorte que l'on peut négliger les effets d'extrémités. On peut admettre alors que le flux de chaleur s'effectue radialement et qu'il est donc à une dimension "r".



On applique la loi de Fourier

$$\Phi = -\lambda \cdot S \cdot \Delta T / \Delta r \text{ où } S = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L \quad \Rightarrow \quad \Phi \cdot \Delta r / r = -\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \Delta T$$

Si on intègre les deux membres de l'équation entre r_i et r_e on trouve,

SÉRIE DE THERMIQUE

$$\Phi \cdot \text{Ln}(r_e/r_i) = \lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot (T_i - T_e) \quad \Rightarrow \quad \Phi = \lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot (T_i - T_e) / \text{Ln}(r_e/r_i)$$

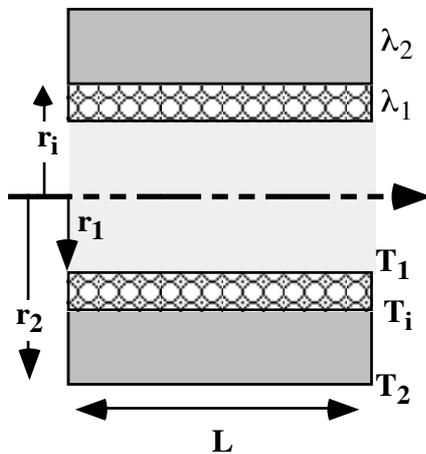
En procédant comme dans le cas plan on trouve que la résistance est donnée par la formule,

$$R = \text{Ln}(r_e/r_i) / 2\pi\lambda L$$

Pour trouver le profil de température à l'intérieur de la paroi il faut intégrer cette fois entre une extrémité (soit r_i) et une section quelconque du caoutchouc repérée par "r", on trouve alors la relation,

$$\begin{aligned} \Phi \cdot \text{Ln}(r/r_i) &= \lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot (T_i - T(r)) \\ \Rightarrow T(r) &= T_i - \text{Ln}(r/r_i) / \text{Ln}(r_e/r_i) \cdot (T_i - T_e) \end{aligned}$$

Supposons maintenant que le tuyau est composé de plusieurs couches, comme indiqué sur la figure



1 - Donner l'expression du flux à travers toute l'épaisseur du tube.

2 - Donner l'expression du flux à travers chacune des couches.

3 - Donner l'expression de T_1 en fonction des température T_1 et T_2 et de r_1 et r_2 en régime permanent.

SÉRIE DE THERMIQUE

Exercice V

Une conduite verticale de vapeur a un diamètre extérieur de 8 cm et une longueur de 5 m. La température de la face extérieure de la conduite est de 94 °C et la température de la chambre est de 23 °C.

Quelle est la quantité de chaleur cédée par la paroi latérale à l'air par convection pendant une heure? (Utiliser le tableau I)

$$\Delta Q = 2,314 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Exercice VI

L'air à 26 °C d'une chambre est séparé de l'air extérieur, à -4 °C, par une fenêtre verticale vitrée de 10 m² d'aire. On suppose que le coefficient d'échange de la vitre avec l'air est identique sur les deux faces de plus le coefficient de conductivité du verre est $\lambda = 1,045 \text{ Wm}^{-1}\text{°C}^{-1}$. On connaît la température de la paroi intérieure qui est 11,09°C. Utiliser le tableau I pour répondre aux trois questions suivantes.

- Quel est le flux thermique lorsque l'état stationnaire est atteint?
- Quelle est la température de la paroi extérieure?
- Quelle est l'épaisseur de la vitre?

$$\phi = 521,5 \text{ W}, T_2 = 10,9 \text{ °C} \text{ et } e = 3 \text{ mm}$$

Exercice VII

Le coefficient de convection forcée d'un fluide chaud s'écoulant le long d'une surface froide est de $225 \text{ Wm}^{-2}\text{°C}^{-1}$. La température du fluide est de 121 °C et celle de la surface est 10 °C.

Déterminer le flux thermique par unité de surface transféré du fluide vers la paroi.

SÉRIE DE THERMIQUE

$$\varphi = 25 \text{ kW/m}^2$$

Exercice VIII

Une boîte cubique contient un bloc de glace à 0 °C. Si la température extérieure se maintient à 20 °C, on constate que 250 g de ce bloc fondent en une heure.

Quelle résistance thermique offre la boîte au flux de chaleur?

$$R = 0,86 \text{ }^\circ\text{CW}^{-1}$$

Exercice IX

Montrer qu'en régime permanent la résistance thermique d'une structure multi-couches est égale à la somme des résistances de chacune des couches.

Exercice X

Soit une paroi composée de deux plaques de résistance R_1 et R_2 . La température d'une des faces de la paroi est T_1 , et T_2 pour l'autre.

Montrer qu'en régime permanent la température T à l'interface peut s'écrire,

$$T = (R_2 T_1 + R_1 T_2) / (R_2 + R_1)$$

Exercice XI Double vitrage

Le double vitrage d'une fenêtre est réalisé avec 2 carreaux de verre de même épaisseur, à savoir 0,5 cm, séparés par une couche d'air sec épaisse de 0,15 cm. Calculer la résistance thermique de 1 m² de double vitrage. On donne pour cela la conductivité du verre $\lambda_v = 0,6 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$ et celle de l'air $\lambda_a = 0,025 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$.

$$R_{\text{tot}} = 0,077 \text{ }^\circ\text{CW}^{-1}.$$

SÉRIE DE THERMIQUE

Exercice XII

Un corps noir de forme sphérique ayant un rayon de 5 cm est maintenu à une température de 327 °C.

- Quelle est la puissance rayonnée par la sphère?
- Quelle est la longueur d'onde correspondant au maximum de la puissance rayonnée?

$P = 231 \text{ W}, \lambda = 4,82 \mu\text{m}$

Exercice XIII

Une sphère de rayon 3 cm, considéré comme un corps noir, est en équilibre thermique avec le milieu ambiant. Elle est soumise à un rayonnement de 30 kW.

- Quelle est la température de la sphère?
- Quelle est la température du milieu ambiant?

$T = 2615 \text{ K}$

Exercice XIV

La surface d'un radiateur d'appartement, disposé verticalement et considéré comme un corps gris, a une émissivité de 0,55 et une aire de 1,5 m². Sa température est de 50 °C. Les parois du local sont à 22 °C et rayonnent en direction du radiateur, une densité de flux de chaleur identique à celle d'un corps noir porté à 22 °C. On appelle taux net du rayonnement " τ " la différence entre la puissance rayonnée et celle absorbée.

- Quelle est la puissance rayonnée par ce radiateur?
- Quelle est la puissance absorbée par ce radiateur?
- Que vaut τ ?

SÉRIE DE THERMIQUE

c) Quel est le mode de transfert de la chaleur qui est le plus important, est-ce la convection ou alors le rayonnement? (Utiliser le tableau I)

$$P_e = 509 \text{ W}, P_a = 354 \text{ W}, \tau = 155 \text{ W}, P_{\text{conv}} = 172 \text{ W}$$

Exercice XV

D'après les estimations faites sur la terre, le rayon du soleil est de $7 \cdot 10^8 \text{ m}$ et la puissance qu'il rayonne est de $3,9 \cdot 10^{26} \text{ W}$.

En supposant que l'émissivité de la surface solaire est $\varepsilon = 1$, calculer la température de sa surface.

$$T = 5800 \text{ K}$$

Exercice XVI

Une vitre de 1 m^2 , de résistance $R = 0,3 \text{ m}^2\text{°C W}^{-1}$, isole une pièce maintenue à 15 °C et d'humidité relative 80% de l'extérieur où il fait -5 °C . Le coefficient d'échange convectif de la paroi avec l'air est $h = 10 \text{ W m}^{-2}\text{°C}^{-1}$ pour les deux faces.

Expliquer pourquoi on observe de la condensation sur les murs alors que la température de rosée est $11,5 \text{ °C}$.

$$\phi = 40 \text{ W et } T = 11 \text{ °C}$$

Exercice XVII

a) La température d'un corps noir est de 527 °C . Quelle doit être sa température pour doubler sa puissance rayonnée?

b) Quelle est l'augmentation de la puissance rayonnée si la température d'un corps noir s'élève de 7 à 287 °C .

c) Calculer la puissance totale rayonnée par un filament de 1 m^2 à 1727 °C , dont le pouvoir émissif est $0,4$.

SÉRIE DE THERMIQUE

$$T_1 = 951 \text{ K et } P_1/P_2 = 1/16 \text{ et } P = 360 \text{ kW}$$

Exercice XVIII

On reprend, dans cet exercice, le problème traité en cours concernant l'échange de chaleur entre deux plans infinis séparés par un milieu parfaitement transparent.

Retrouver l'expression du flux échangé entre les deux parois à partir de la radiosité de chacune des surfaces.

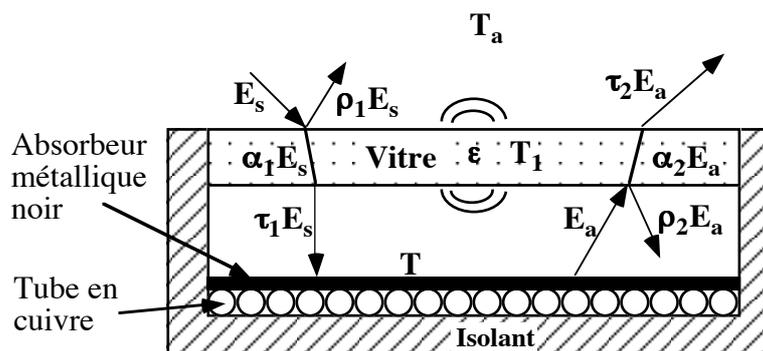
On insère maintenant entre les deux plans un écran considéré également comme un corps gris. Les propriétés de ce nouveau composant sont notés λ pour la conductivité, e pour son épaisseur et ε pour son émissivité.

a) Quelle est la nouvelle valeur du flux échangé entre les différentes parois?

b) Donner le système d'équations qui permet de déterminer les températures de chacune des faces de l'écran.

Exercice XIX

Etude des échanges radiatifs dans un capteur solaire plan destiné à la production d'eau chaude. Le capteur est représenté par le schéma suivant,



SÉRIE DE THERMIQUE

E_s ≡ est le rayonnement solaire: $E_s = 1000 \text{ Wm}^{-2}$

T_a ≡ température de l'air ambiant au niveau de la vitre : $T_a = 300 \text{ K}$

ε ≡ émissivité du vitrage (identique pour les 2 faces).

σ ≡ constante de Boltzmann = $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$

Il est constitué :

- d'un panneau noir (rayonnant comme un corps noir), appelé absorbeur, collé à un réseau de tubes en cuivre dans lesquelles circule de l'eau (l'eau évacue les calories vers le réservoir de stockage),
- d'une vitre en verre simple (semblable à un corps gris pour deux gammes de fréquences), destinée à réduire les pertes, par rayonnement et par convection, vers l'avant de l'absorbeur,
- d'un boîtier contenant le tout, et dont les parois sont recouvertes d'une couche isolante destinée à réduire les pertes de l'absorbeur vers l'arrière et sur les parois latérales.

On se propose de calculer les températures de l'absorbeur (T) et de la vitre (T_1) atteintes à l'équilibre. On suppose que la circulation de l'eau est arrêtée et que les pertes par convection et par conduction sont négligeables. On a besoin, pour le calcul, des propriétés radiatives du vitrage dans deux bandes spectrales. Celle du rayonnement solaire et celle des rayonnements de basse température.

Bande spectrale	Coefficient d'absorption	Coefficient de réflexion	Coefficient de transmission
Solaire	$\alpha_1 = 0$	$\rho_1 = 0,05$	$\tau_1 = 0,95$
Basse température	$\alpha_2 = 0,65$	$\rho_2 = 0,3$	$\tau_2 = 0,05$

1 Etablissement du bilan thermique sur la surface noire de l'absorbeur

SÉRIE DE THERMIQUE

1-1 Déterminer, en fonction de T, le rayonnement émis par l'absorbeur en direction de la vitre. On néglige les pertes de l'absorbeur vers l'arrière.

1-2 Quelle est la fraction de ce rayonnement réfléchi par la vitre et qui revient par conséquent sur l'absorbeur ?

1-3 Déterminer le rayonnement émis par la vitre du fait de sa température T_1 vers la surface noire.

1-4 Montrer que en régime permanent, l'équilibre thermique se traduit par l'équation suivante

$$\sigma T^4 = \tau_1 E_s + \rho_2 \sigma T^4 + \varepsilon \sigma T_1^4$$

2 Etablissement du bilan thermique sur la vitre

2-1 On suppose que le rayonnement produit par l'air ambiant sur la vitre est approximativement celui du corps noir. Montrer que le rayonnement absorbé par la vitre est la contribution de trois termes

$$\alpha_1 E_s + \alpha_2 \sigma T^4 + \alpha_3 \sigma T_a^4$$

Expliquer chacun des trois termes. α_3 est le coefficient d'absorption du vitrage pour le rayonnement de l'aire ambiant.

2-2 Quel est le rayonnement émis par les deux faces de la vitre.

2-3 Montrer qu'en régime permanent l'équilibre thermique se traduit par l'équation

$$\alpha_1 E_s + \alpha_2 \sigma T^4 + \alpha_3 \sigma T_a^4 = 2\varepsilon \sigma T_1^4$$

3 Montrer que, à partir des équations d'équilibre, que la température d'équilibre de l'absorbeur se met sous la forme

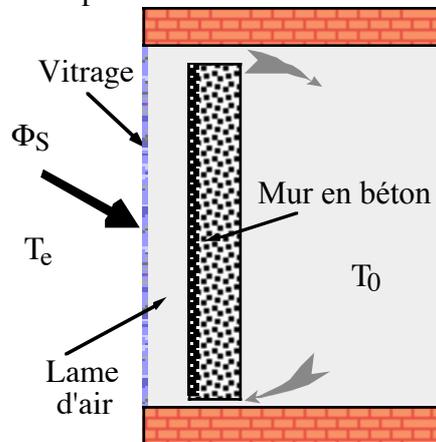
$$T = \left(\frac{E_s}{\sigma} \frac{1 - \rho_1 + \tau_1}{1 - \rho_2 + \tau_2} + T_a^4 \frac{\alpha_3}{1 - \rho_2 + \tau_2} \right)^{1/4}$$

SÉRIE DE THERMIQUE

4 Calculer la valeur de T en fonction des données numériques et avec $\alpha_3 = 1$

Exercice XX Mur Trombe

Ce procédé utilise le rayonnement solaire pour permettre des économies d'énergie durant l'hiver. L'idée repose sur l'utilisation du stockage de la chaleur et de l'inertie thermique. Le principe de fonctionnement consiste à installer un vitrage devant un mur capteur convenablement orienté. Ce mur est une paroi massive dont l'inertie est telle que, l'énergie emmagasinée durant la journée est libérée durant la nuit. La face du mur regardant le vitrage est peinte en noir de façon à absorber le maximum de rayonnement incident. De plus, on réalise des petites ouvertures en bas et en haut du mur afin de produire une circulation de l'air entre le vitrage et la pièce à chauffer. La nuit un rideau isolant limite les pertes de chaleur vers l'extérieur.



On considère ici un mur capteur de $3 \times 4 \text{ m}^2$ de surface dont la température initiale est 18°C sur tout son volume. La densité de flux arrivant sur le vitrage pendant la période d'ensoleillement est estimée à 300 Wm^{-2} . Seulement 95% du flux est transmis par le vitrage.

SÉRIE DE THERMIQUE

1) Calculer la densité de flux solaire arrivant sur le mur capteur. On néglige le rayonnement de la vitre et celui de la lame d'air.

On suppose que durant 1 heure, toute l'énergie absorbée est stockée dans une fine couche de béton de 2 cm d'épaisseur au voisinage de la surface noire. On suppose, de plus, que durant cette période cette fine couche n'échange pas de chaleur avec son environnement voisin.

2) Sachant que seulement 80% du flux incident est absorbé par cette face, calculer la température atteinte au bout de 1 heure. On donne, pour le calcul, la chaleur spécifique du béton $C = 650 \text{ J Kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ et sa masse volumique qui est de 2100 Kg m^{-3} .

Après une heure, un régime d'équilibre s'établit et l'apport supplémentaire en énergie solaire sur la surface est compensé par des échanges de chaleur entre la surface et son environnement voisin. Une partie est cédée par conduction dans le béton et l'autre est échangée avec la lame d'air par rayonnement et par convection.

3) Calculer la densité de flux cédé à travers l'épaisseur de béton sachant que la température de la face tournée vers l'intérieure du local à l'équilibre est $30 \text{ }^\circ\text{C}$. On donne pour le calcul l'épaisseur du mur en béton $e = 30 \text{ cm}$ et sa conductivité $\lambda_B = 1,75 \text{ Wm}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

4) Calculer la densité de flux rayonné vers la lame d'air sachant que l'émissivité de la face noire est 0,8.

5) Calculer la densité de flux échangé par convection sachant que le coefficient d'échange est $h = 10 \text{ Wm}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ et que la température dans la lame d'air est de $38 \text{ }^\circ\text{C}$.

L'échange convectif entre la lame d'air et la chambre, combiné avec la chaleur cédée par la surface de la paroi vers la chambre ont permis d'atteindre une température ambiante de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ dans la pièce.

SÉRIE DE THERMIQUE

6) Calculer, dans ce cas, la densité de flux entre la paroi et la chambre. Le coefficient d'échange entre la paroi et la chambre est $h = 5 \text{ Wm}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

7) Calculer la densité de flux rayonné par la paroi vers la chambre. L'émissivité de cette face est 0,7.

Lorsque le soleil se couche, l'apport en énergie solaire disparaît. La différence de température entre les deux extrémités du mur capteur s'annule progressivement. La température du mur devient alors uniforme et vaut partout $30 \text{ } ^\circ\text{C}$. De plus, le mouvement dans la lame d'air devient plus faible et l'échange de chaleur entre le mur capteur et la lame d'air devient négligeable. à ce stade de la journée, le mur capteur échange de la chaleur uniquement vers la pièce à chauffer.

8) En supposant que la température de la chambre se maintient à $20 \text{ } ^\circ\text{C}$, pendant combien de temps après le coucher du soleil, le mur capteur continue de fournir son excédent de chaleur.

1) $\varphi = 285 \text{ Wm}^{-2}$ 2) $T_f = 48 \text{ } ^\circ\text{C}$. 3) $\varphi = 112,5 \text{ Wm}^{-2}$ 4) $\varphi = 481 \text{ Wm}^{-2}$ 5) $\varphi = 100 \text{ Wm}^{-2}$ 6) $\varphi = 25 \text{ Wm}^{-2}$ 7) $\varphi = 334,5 \text{ Wm}^{-2}$ 8) $\Delta t = 2\text{h}57 \text{ mn}$

Série d'acoustique

SÉRIE D'ACOUSTIQUE

Exercice I

Sachant que l'intensité du son décroît en raison de l'inverse du carré de la distance de la source, calculer la distance qu'il faut pour qu'un son de 30 dB, mesuré à 1 m de la source, atteigne le niveau 20 dB.

$$r = 10^{1/2} \text{ m}$$

Exercice II

Un train se déplace vers un observateur à une vitesse de 110 km/h. Le sifflet de la locomotive a une fréquence de 400 Hz. Calculer la fréquence perçue par l'observateur sachant que la vitesse du son est $c_s = 340 \text{ ms}^{-1}$.

$$v_o = 440 \text{ Hz}$$

Exercice III

Le niveau moyen du son produit par un groupe de musique, à une distance de 20 m du centre du groupe, est de 105 dB. On admet, en première approximation, que le son produit par le groupe rayonne uniformément sous forme d'un hémisphère. Quelle est la puissance fournie par le groupe.

$$P = 79,4 \text{ W}$$

Exercice IV

Dans une salle de classe, un enseignant donne cours à 40 élèves. Après une heure de cours, certains élèves se déconcentrent et

SÉRIE D'ACOUSTIQUE

commencent à bavarder. Au départ ce ne sont que des murmures qui passent progressivement à des conversations.

1.1 - Sachant que l'intensité sonore (Wm^{-2}) produite par un murmure est à peu près $2 \cdot 10^{-10} \text{ Wm}^{-2}$, quel est le niveau d'intensité sonore (dB) correspondant ?

1.2 - Quel est le niveau sonore (dB) produit dans la salle par 5 élèves qui murmurent ? On suppose ici que les élèves émettent la même intensité sonore lorsqu'ils murmurent.

1.3 - L'intensité (Wm^{-2}) est multipliée par 100 lorsque le bavardage d'un élève passe du murmure à la conversation. Quel bruit (dB) produisent les 5 élèves durant leur conversation ?

Le niveau de bruit atteint devient insupportable pour l'enseignant qui ne parvient plus à ce faire entendre. Il réclame alors le silence et les bavardages s'arrêtent aussi net.

2.1 - Le temps de réverbération du local étant de 8,4 s, combien de temps s'écoule avant que le bruit ne cesse complètement ?

2.2 - Sachant que le local fait 3 m de haut, 5 m de large et 8 m de long, et sachant que toutes les cloisons sont composées du même matériau, quel est leur coefficient d'absorption.

La réglementation sur la durée de réverbération impose pour les locaux d'enseignement une valeur comprise entre 0,8 s et 1,2 s . La réglementation n'étant pas respectée, il faut corriger ce défaut.

Parmi les solutions qui s'offrent à nous, celle qui consiste à revêtir d'un matériau absorbant les 3 murs faisant face à l'enseignant paraît la plus rapide et la moins coûteuse. Il reste alors à calculer la

SÉRIE D'ACOUSTIQUE

valeur du coefficient d'absorption adaptée à la correction acoustique adéquate.

On a besoin, pour cela, de connaître les dimensions du local et la valeur du coefficient d'absorption de chacune des parois le délimitant.

2.3 - Le coefficient trouvé, en 2.2, correspond à des murs en béton peint. On se propose donc de recouvrir les 3 murs verticaux faisant face à l'enseignant par des parements perforés associés à une laine de verre. Quelle doit être la valeur du coefficient d'absorption des parements pour que la réglementation soit respectée ? On calculera les deux valeurs du coefficient associées à chacune des bornes de la réglementation 0,8 s et 1,2 s.

a) 23 dB, b) 30 dB, c) 50 dB, d) 7s, e) 0,015, f) 0,36 et 0,23

Exercice V

Considérons deux sons provoquant la même sensation auditive à un auditeur. Cette sensation est de 40 phones. Le premier son est à 125 Hz et le second à 500 Hz.

- a) Calculer le niveau résultant en dB
- b) Calculer le niveau résultant en dB(A)

a) 56 dB , b) 43 dB

Exercice VI

On désire mesurer le bruit produit par un ascenseur en marche dans un local mitoyen. On fait alors une première mesure dans le local, avant la mise en marche de l'ascenseur, afin de déterminer le niveau sonore associé au bruit de fond. On trouve alors 35 dB. On met l'ascenseur en marche et on fait la mesure dans le local pendant ce temps. On trouve alors 42 dB. Quel est le bruit produit par l'ascenseur.

SÉRIE D'ACOUSTIQUE

$$L_1 = 41 \text{ dB.}$$

Exercice VII

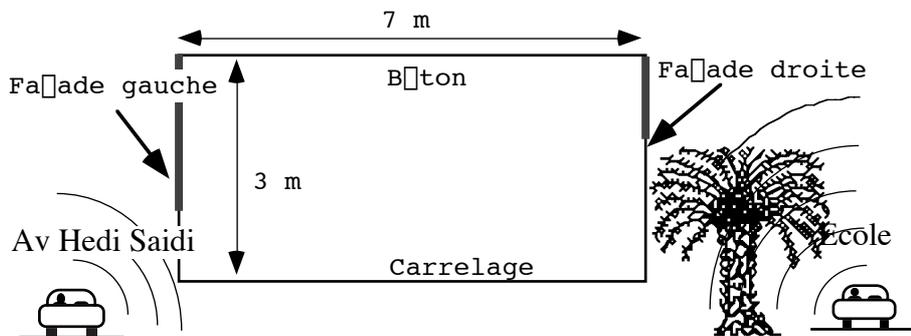
Supposons un mur de 20 cm d'épaisseur, non enduit, et de masse volumique 2070 kgm^{-3} . Sa surface est de 10 m^2 . Il présente un certain nombre de trous, dus à des mauvaises jonctions. La surface de l'ensemble des trous est 10 cm^2 . Calculer l'indice d'affaiblissement de la paroi pour un bruit rose.

$$R = 10 \text{Log}[10/((10-0,001) \times 10^{-5,87} + 0,001 \times 10^0)] = 40 \text{ dB(A)}$$

Exercice VIII

Étude de l'isolation acoustique de la salle 113 par rapport aux bruits extérieurs

On suppose que les bruits des transports terrestres sont les seules sources sonores. Le but de l'exercice est de déterminer l'isolement acoustique normalisé D_{nAT} en dB(A) de la salle par rapport à ces bruits. La figure suivante représente une vue arrière de la salle 113.



Chacune des façades latérales de la salle voit arriver sur sa surface un bruit routier. La paroi de gauche reçoit le bruit

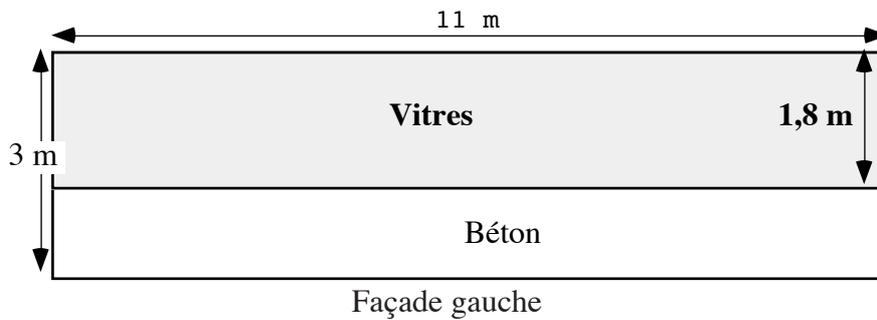
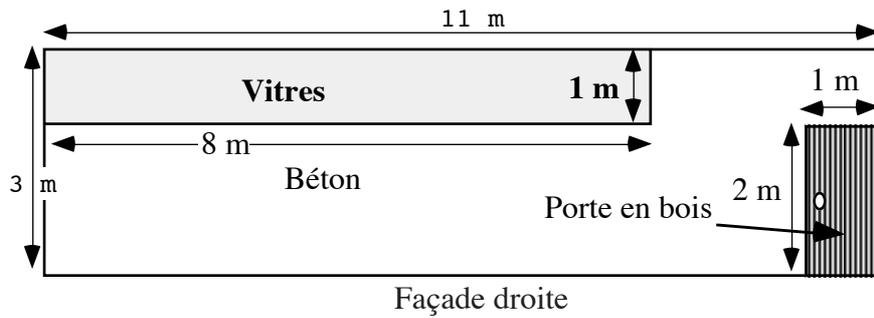
SÉRIE D'ACOUSTIQUE

125	250	500	1000	2000	4000
96	95	91	90	88	82

La paroi de droite reçoit le bruit

125	250	500	1000	2000	4000
80	79	75	74	72	66

Les schémas suivants représentent la configuration de chacune des façades.



On suppose que les parois avant et arrière de même que le plafond et le sol sont correctement isolés de l'extérieur. Ils ne reçoivent aucun bruit extérieur. Les murs sont des parois en béton de 30 cm d'épaisseur. La masse volumique du béton est $\rho = 2300 \text{ kgm}^{-3}$.

SÉRIE D'ACOUSTIQUE

L'indice d'affaiblissement des vitres est $R_v = 10$ dB(A), celui de la porte est $R_p = 20$ dB(A).

On donne dans le tableau suivant, les valeurs du coefficient d'absorption de chacun des composants.

	125	250	500	1000	2000	4000
Béton peint	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02
Carrelage	0,005	0,005	0,005	0,01	0,01	0,01
Vitres	0,2	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02
Bois	0,3	0,2	0,2	0,1	0,07	0,04

On prendra pour le calcul de l'aire d'absorption équivalente de la salle, la moyenne des aires d'absorption équivalente obtenues pour chaque fréquence. On prendra pour le calcul du temps de réverbération de la salle, la moyenne des temps de réverbération obtenus pour les octaves centrées en 500, 1000 et 2000 Hz.

Notation:

On adopte les notations suivantes,

R_d : Indice d'affaiblissement de la paroi de droite

R_g : Indice d'affaiblissement de la paroi de gauche

L_{ed} : Niveau sonore en dB(A) du bruit routier de droite

L_{eg} : Niveau sonore en dB(A) du bruit routier de gauche

L_e : Niveau sonore résultant en dB(A) des deux bruits routiers

L_{sd} : Niveau sonore en dB(A) dans la salle dû au bruit routier de droite

L_{sg} : Niveau sonore en dB(A) dans la salle dû au bruit routier de gauche

L_s : Niveau sonore résultant en dB(A) dans la salle

S_d : Surface totale de la façade droite, S_g : Surface totale de la façade gauche

T_r : Temps de réverbération de la salle

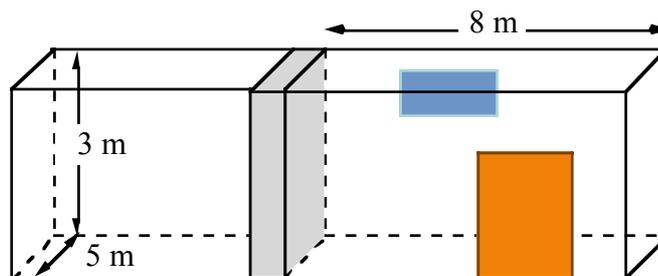
SÉRIE D'ACOUSTIQUE

$$\begin{aligned} \text{DnAT} &= L_e - L_s + 10 \text{Log}(T/T_0) \\ &= 95 - 91 + 10\text{Log}(8,78/0,5) = 16 \text{ dB(A)} \end{aligned}$$

La série d'exercices suivante a été réalisée avec la contribution des étudiants de l'ENAU promotion 2003-2004.

Exercice IX

Considérons les 2 salles mitoyennes, séparées par une cloison en béton. Le bruit régnant dans la salle de gauche est de 80 dB. Le bruit produit dans la salle de droite par transmission directe à travers la cloison est de 35 dB.



Calculer l'isolement brut entre les 2 locaux. La salle de droite possède une porte de 2,5 m² et une fenêtre vitrée de 1,5 m². Calculer l'indice d'affaiblissement de la cloison sachant que le coefficient d'absorption du bois est $\alpha_b = 0,1$ celui du béton est $\alpha_B = 0,02$ et celui du vitrage est $\alpha_v = 0,03$.

$$\text{D}_b = 80 - 35 \text{ dB} , \text{ R} = 51,48 \text{ dB}$$

SÉRIE D'ACOUSTIQUE

Exercice X

Reprenons la salle de droite de l'exercice précédent. Calculer le temps de réverbération de la salle sachant que celui-ci est défini par la moyenne des 3 durées de réverbération associées aux bandes d'octave 500, 1k et 2kHz. On utilise ici les valeurs des coefficients d'absorption pour ces 3 bandes d'octaves.

	125	250	500	1000	2000	4000
Béton peint	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02
Carrelage	0,005	0,005	0,005	0,01	0,01	0,01
Vitres	0,2	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02
Bois	0,3	0,2	0,2	0,1	0,07	0,04

$$T_r = 6,89 \text{ s}$$

Exercice XI

On suppose que le bruit produit dans la salle de gauche est un bruit rose et que l'indice d'affaiblissement se répartit de la façon suivante,

Hz	125	250	500	1k	2k	4k
R(dB)	30	35	36	40	41	42

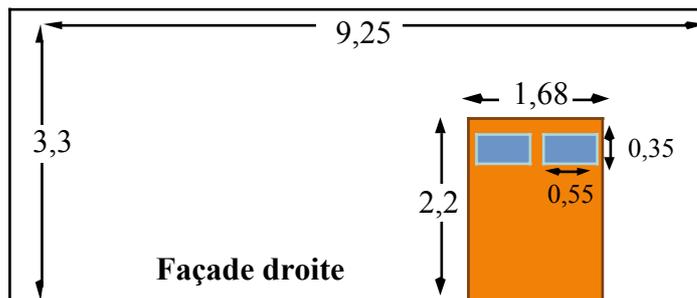
Calculer le niveau de bruit résultant dans le local de réception. On reprend les valeurs des coefficients d'absorption donnés à l'exercice précédent, et on suppose de plus que ces valeurs sont identiques pour toutes les bandes d'octave.

$$L_{sd} = 52,6 \text{ dB}$$

SÉRIE D'ACOUSTIQUE

Exercice XII

Considérons une salle de classe séparée des circulations communes par la cloison suivante :

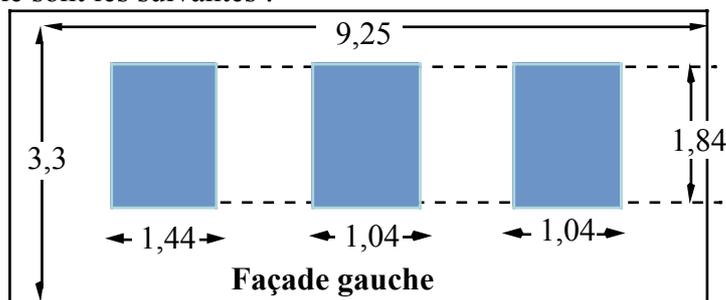


Le bois de la porte a un indice d'affaiblissement de 20 dB. La cloison en béton a un indice d'affaiblissement de 40 dB. Calculer l'indice d'affaiblissement résultant.

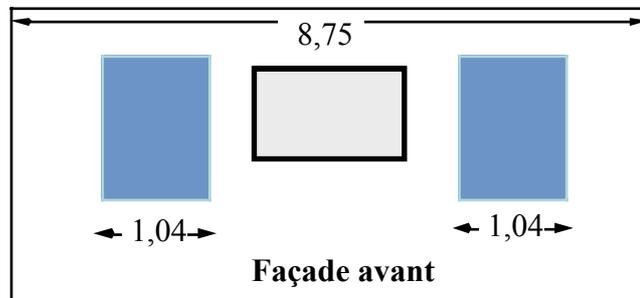
$$R = 27,31 \text{ dB}$$

Exercice XIII

La façade de l'exercice précédent correspond à la salle A016. Calculer le temps de réverbération de cette salle. Les autres façades de la salle sont les suivantes :



SÉRIE D'ACOUSTIQUE



Le plafond est en béton et le sol est recouvert de carrelage. La façade arrière est en béton. On utilise les coefficients d'absorptions donnés à l'exercice X.

$$T_r = 9,81 \text{ s}$$

Série d'éclairage

SÉRIE D'ÉCLAIRAGE

Exercice I

Un mur orienté Sud-Est comporte une fenêtre d'une hauteur $H_f = 2\text{m}$, située à $D_f = 50\text{ cm}$ sous un balcon très long en avancée de $l = 1\text{m}$ par rapport au mur. Quelle est la fraction f de la surface de la fenêtre qui est à l'ombre le midi, le jour de l'équinoxe de printemps en un lieu situé à 36° de latitude NORD.

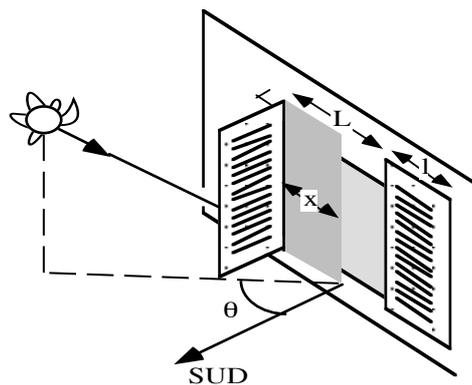
$f = 72,5 \%$

Exercice II

Considérons une fenêtre orientée plein SUD munie d'un pare-soleil et de deux masques latéraux. L'ombre du pare-soleil vous atteint lorsque la hauteur du soleil est supérieure à 50° . Celle des deux masques latéraux vous atteint lorsque l'azimut du soleil est supérieur à 75° EST et 80° OUEST. Dessiner le diagramme d'ombre de l'ensemble, pare-soleil + masque, pour une personne située à votre place. On néglige les ombres portées (angle de profil).

Exercice III

Calculer le pourcentage f de la surface vitrée à l'ombre du volet pour une fenêtre située à la latitude 37° Nord et durant le solstice d'hiver à 16h ($l = 0,5\text{ m}$ et $L = 1,5\text{ m}$). On suppose que la hauteur du volet est plus grande que la vitre afin de négliger les effets de la hauteur du soleil. La façade est orientée plein SUD.



SÉRIE D'ÉCLAIRAGE

$$f = 80\%$$

Exercice IV

a) Sachant que le soleil se trouve à une distance $d = 150 \cdot 10^6$ km de la terre, que le rayon du soleil est $R = 695 \cdot 10^3$ km et que celui de la terre $r = 6300$ km,

a) calculer l'angle solide $d\Omega_s$ sous lequel, du soleil, on voit la terre, puis l'angle solide $d\Omega_t$ sous lequel, de la terre, on voit le soleil.

b) Sachant que le soleil au zénith procure un éclairage de 116 000 lx, déterminer alors le flux lumineux tombant sur la terre, l'intensité qu'il rayonne (égale dans toutes les directions) ainsi que la luminance pour un observateur terrestre.

c) Sachant que 1 m^2 de terre, dont la normale est orientée vers le soleil, reçoit en moyenne un flux énergétique de 1 kW, sachant que l'atmosphère retient 29% du flux énergétique solaire, que vaut la puissance totale rayonnée par le soleil ?

$$\begin{aligned} \text{a) } d\Omega_s &= 5,55 \cdot 10^{-9} \text{ sr} , d\Omega_t = 67,5 \cdot 10^{-6} \text{ sr} \\ \text{b) } \Phi &= 145 \cdot 10^{17} \text{ lm} , L = 1.71 \cdot 10^9 \text{ cdm}^{-2} \\ \text{c) } W_{\text{sol}} &= 4 \cdot 10^{26} \text{ W} \end{aligned}$$

Exercice V

Calculs photométriques pendant les équinoxes, le solstice d'hiver et le solstice d'été. Les calculs sont réalisés lorsque le soleil est au zénith, pour une façade homogène orientée plein SUD. On reprend ici la valeur de l'intensité obtenue à l'exercice précédent mais en tenant compte, cette fois-ci, de l'absorption atmosphérique. On suppose alors que par temps clair, l'atmosphère retient 30% de l'intensité au solstice d'été, 35% aux équinoxes et 50% au solstice d'hiver

- Calculer l'intensité transmise dans les trois cas.
- Calculer l'éclairage de la façade.

SÉRIE D'ÉCLAIRAGE

c) Calculer la luminance dans une direction perpendiculaire lorsque la paroi réfléchit la lumière de façon diffuse. Le coefficient de réflexion est de 0,8 (peinture blanche mate).

equinoxes $E_1 = 44\ 150\ \text{lx} \Rightarrow L_1 = 11240\ \text{cdm}^{-2}$
solstice H $E_2 = 50\ 040\ \text{lx} \Rightarrow L_2 = 12740\ \text{cdm}^{-2}$
solstice E $E_3 = 18\ 200\ \text{lx} \Rightarrow L_3 = 4630\ \text{cdm}^{-2}$

Exercice VI

On cherche à évaluer la lumière du jour entrant dans un local à travers un vitrage. Le vitrage est à 1m du plancher, il est dans la direction du soleil qui se situe à 60° de hauteur. La vitre est composée d'un verre simple qui ne produit aucune diffusion et qui transmet 90% de la lumière. Sa surface est $1,0(l)*1,5(h)\ \text{m}^2$. On suppose que les rayons du soleil sont parallèles et qu'il produisent un éclairage de la façade de 40000 lx.

- Calculer le flux lumineux traversant la vitre.
- Calculer la surface du plancher directement éclairée par les rayons du soleil, et donner son éclairage.
- Calculer la luminance du plancher sachant qu'il produit une réflexion diffuse avec $\rho = 0,6$.

a) $\Phi = 54000\ \text{lm}$, b) $E = 62354\ \text{lx}$, c) $L = 11909\ \text{cdm}^{-2}$
--

Exercice VII

Considérons le dispositif d'éclairage composé d'une ampoule placée sous un abat-jour. On suppose que l'ampoule est sphérique de diamètre $d = 10\ \text{cm}$ et qu'elle rayonne un flux lumineux de 1100 lm de façon diffuse. L'abat-jour est de forme circulaire et sa surface apparente est un cercle de rayon $R = 40\ \text{cm}$. La face tournée vers l'ampoule est blanche et possède un facteur de réflexion $\rho = 0,7$. La réflexion est supposée diffuse.

SÉRIE D'ÉCLAIRAGE

- a) Calculer l'intensité rayonnée par l'ampoule dans une direction quelconque.
- b) Calculer sa luminance.
- c) Quel est l'éclairement moyen de la surface apparente de l'abat-jour par l'ampoule si celui-ci intercepte la moitié du flux total rayonné.
- d) Calculer la luminance de l'abat-jour.
- e) Calculer l'intensité en un point quelconque de l'espace situé loin sous le dispositif et repéré par son angle α avec la normale à la surface apparente de l'abat-jour. On considère que le dispositif est une source ponctuelle et que le point d'observation fait 30° avec la normale.

a) 87,5 cd, b) 11141 cdm^{-2} , c) 1094 lx, d) 244 cdm^{-2} , e) 193,6 cd

Exercice VIII

Un bureau est éclairé par une ampoule rayonnant de façon isotrope dans tout l'espace. L'ampoule se trouve à 1,3 m au dessus du milieu du bureau et elle rayonne un flux lumineux de 1380 lm.

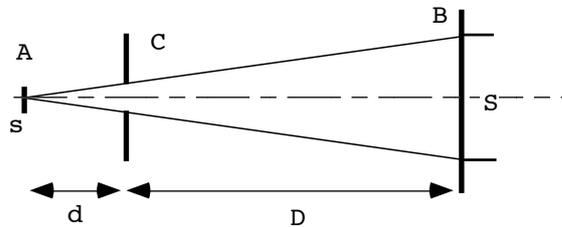
- a) Calculer l'intensité lumineuse rayonnée.
- b) Quel est l'éclairement d'un élément de surface ds du bureau situé à 60 cm du milieu du bureau.
- c) On place un livre à cet endroit. Quel est la luminance de ce livre sachant qu'il réfléchit la lumière de façon isotrope avec un coefficient de réflexion $\rho = 0,7$.

a) 110 cd, b) 48,7 lx, c) 10,85 cdm^{-2}

Exercice IX

Considérons le dispositif suivant avec en A une cellule de surface s et en B un écran lumineux.

SÉRIE D'ÉCLAIRAGE



On suppose que l'écran est la seule source de lumière parvenant à la cellule. On suppose également qu'il rayonne de façon diffuse. On insère entre les deux surfaces une fenêtre circulaire de rayon r qui limite la surface éclairante de l'écran à S .

a) Donner l'expression de S en fonction de D , d , et r .

b) Soit L la luminance de S , donner l'expression du flux incident en lm sur la cellule en fonction de L , s , d , r .

c) On choisit le diaphragme de la fenêtre de telle sorte que $r/d \ll 1$. L'écran peut être alors considéré comme une source ponctuelle pour le calcul de l'éclairement de la cellule. Donner, dans ce cas, la relation entre l'éclairement de la cellule et la luminance de l'écran.

a) $S = \pi r^2 (d+D)^2 / d^2$, b) $\Phi = L \pi (r/d)^2 s \text{ lm}$, c) $E = L \pi (r/d)^2 \text{ lx}$

Remarque : Les dispositifs de mesure de la luminance fonctionnent suivant le même principe. Des précautions sont prises pour isoler correctement la cellule. On l'enferme dans un boîtier et l'expérience est réalisée dans une pièce noire. Pour obtenir une valeur significative de la luminance d'une surface, il est nécessaire d'étalonner l'appareil de mesure. Il suffit, pour cela, d'utiliser une source étalon dont la valeur de la luminance est connue.

Bibliographie sommaire

Références principales

Statique

- Mécanique de l'ingénieur : Statique, J.L. Meriam & L.G. Kraige
édition : Reynald Goulet inc.

RDM

- Cours de résistance des matériaux, Robert Montagner
édition : Eyrolles
- Structures et matériaux, J.E Gordon
édition : L'univers des sciences

Thermique

- Thermique théorique et pratique, Bernard Eyglunet
édition : Hermes
- Le confort et l'humidité dans l'habitation, Roger Durand

Acoustique

- Réussir l'acoustique d'un bâtiment, Loïc Hamayon
édition : Le Moniteur
- Le livre des techniques du son
édition : Fréquences, Diffusion : Eyrolles

Eclairage

- Le guide de l'énergie solaire passive, Edward Mazria
- Energie solaire et habitat, Pierre Le Chapellier
- Atlas du monde
- Minitome des produits verriers (PPG), édition 1992
- L'éclairage, Notion de base - projets d'installation, P. Vandeplanque
- www.satel-light.com
- www.ephemeride.com

Exercices

- Une partie des exercices vient du ;
- Maxi Schaum pour la physique de Alvin Halpern, tome 1 et 2.

Index

INDEX

A

acoustique 115
aire
 d'absorption équivalente 139
 d'audibilité 127
amplitude 116
angle
 de profil 161
 solide 174
aphélie 150
approche physiologique 126
arc-en-ciel 171
Archimède 75; 98
azimut 156

B

Bande
 d'octave 135
 de tiers d'octave 135
bras de levier 10
brillance 102; 105
bruit
 de fond 132
 rose 136; 137; 143
 routier 136; 137

C

calorie 64
calorimètre 65
candela 173
capacité
 thermique 68
Celsius 65

centre
 d'inertie 18
 de masse 18
chaleur 64
 latente 70
 massique 68
 spécifique 68; 93
changement d'état 68
charge
 uniformément répartie 8
charge critique
 de flambage 55
cisaillement 51; 55
 longitudinal 57
 transversal 57
coefficient
 d'échange thermique 89
 d'élasticité 41
 d'élasticité longitudinal 41
 d'élasticité transversal 42
 de conductivité 79
 de conductivité thermique 79
 de transmission 79
 de transmission linéique 111
 de transmission surfacique 111
 de transmission thermique 78
 volumique de déperdition 112
compression 51; 54; 69
condensation 69; 72
conduction 74; 77
conductivité thermique 93
congélation 69
conservation de l'énergie 65

INDEX

constante de Stéfán 106
contrainte 32; 40
convection 74; 75; 88
 forcée 75; 92
 naturelle 75; 98
Corps
 absorbant 183
 gris 107
 noir 105; 164
 opaque 179
 réfléchissant 183
 translucide 179
 transparent 102; 179
corpusculaire 170
corrélation 93
couche limite 98
 thermique 88; 90
courbe de pondération 134

D

décibel 130
 pondéré 133
déformabilité 31
déformation 40; 42; 53; 54
densité
 de flux lumineux 176
densité de flux 77
déperdition
 thermique globale 76
Descartes 181
diagramme
 d'ombre 162

 de Fletcher 132; 133
 des déformations 38
diffraction 170
diffusion 182; 183
dilatation 69
 linéaire 71
 surfaccique 71
 volumique 72

E

écho 125
éclairage 102; 175
écliptique 149; 151
Écoulement
 laminaire 96
 turbulent 96
écoulement
 laminaire 99
 turbulent 99
effet
 de bord 83
 de flexion 58
 de serre 167
 Doppler 122
efficacité lumineuse 172
effort
 de tension 52
 de traction 52
 normal 43; 52; 54
 tranchant 43; 44; 55
élasticité 38; 117
électromagnétique 101

INDEX

- émetteur 101
- émissivité 107
- émittance 102; 104; 105
 - monochromatique 106
 - totale 106
- énergie
 - cinétique d'agitation 64; 65
 - interne 64
 - thermique 65
- équations
 - d'équarrissage 42; 53; 54
 - de déformation 54
- équilibre
 - élastique 31
 - statique 31
- équilibre thermique 66; 67
- équinoxe 152
- équivalent mécanique 65
- exosphère 168
- extensomètre 31
- flambement 55
- flexion 51; 57
 - circulaire 57
 - composée 57
 - pure 57
 - simple 57
- flottage 183; 184
- flux
 - absorbé 103
 - de chaleur 76
 - global 91
 - réfléchi 103
- force
 - centrifuge 17
 - concentrée 6
- forces
 - intérieures 31
- formule de Sabine 138
- front d'onde 119
- Fusion 69

F

- facteur
 - d'absorption 103; 125; 181
 - d'émission monochromatique 107
 - de réflexion 103; 125; 178; 181
 - de transmission 102; 125; 179; 181
- Fahrenheit 65
- fibre
 - élémentaire 37
 - moyenne 37; 58
- flambage 54

G

- glace
 - armée 185
- gradient
 - de température 77
- Grashof 98

H

- harmoniques 127
- hauteur 156
- hémisphère

INDEX

austral 152
boréal 152
humidité 72
humidité relative 72; 73
hygrométrie 73
hyperstatique 24

I

indice
d'affaiblissement 125; 137; 141; 185
de réfraction 181
infrarouge 101; 165
infrasons 115; 127
interférence 121; 170
ionosphère 168
irradiation 102
isolement
acoustique 137
acoustique brut 139
acoustique normalisé 140
isotonique 132
isostatique 24
isotherme 68
isotrope 72

K

Kelvin 65

L

Lambert 178
laminaire 89; 90
latitude 153

ligne moyenne 37
limite d'élasticité 31; 41
liquéfaction 69
loi
d'Ohm 78
de Fourier 77; 78; 89
de Hooke 40; 41
de Kirschhoff 107
de Navier-Bernoulli 40
de Newton 89
de Planck 105
de Stefan-Boltzmann 106
de Wien 106
longitude 153
longueurs d'onde 101
Lumen 173
luminance 102; 105; 177
lux 176

M

magnétosphère 168
masse volumique 93
mésosphère 168
module
d'Young 41; 53
de cisaillement 42
de Coulomb 42
moment fléchissant 43; 55; 57

N

Nusselt 94

INDEX

O

Octave 135
ombre
 portée 161
ondes mécaniques 115
opaque 102
opposition de phase 121
orthotrope 178
ozone 167

P

Paroi
 multi-couche 85
 simple 83
partiellement transparent 102
périhélie 150
période 116
photométrie 172
photon 170
point de rosé 72
Poiseuille 93
polychromatique 101; 105
poutres 36
 planes et droites 37
Prandtl 94
pression 35; 116; 120
Principe
 d'indépendance 40
 de superposition 40
principe d'équivalence 32; 37
prisme 171
puissance 118

R

radiosité 104
Rayleigh 99
rayonnement 74; 76; 101
 diffus 104
 incident 102
 spéculaire 104
 transmis 102
RDM 31
récepteur 101
réduction des forces 43
réflexion 170
 spéculaire 180
réfraction 170; 171; 181
régime
 permanent 83
 stationnaire 83
résistance
 thermique 79; 90
résistance thermique 78
réverbération 137
Reynolds 94; 95; 98
rigidité 31
rupture 41

S

saturation 72
seuil
 d'audibilité 127
 de douleur 127
Solidification 69

INDEX

solstice 152
sonie 126; 132
sonomètre 134
spectre 127; 165
 d'émission 101
 visible 165; 170
stéradian 174
stratosphère 167
structure spectrale 117; 127
Sublimation 69
surface
 apparente 175

T

taux de travail limite 31; 41
température 65
tension 51
Thermique 63
Thermodynamique 64
thermomètre 66
thermosphère 168
timbre 126; 129
tonie 126
torsion 51; 60
transitions de phase 69
translation
 uniforme 2
transmission
 directe 140
 latérale 140
 parasite. 140
 thermique 185

transparent 102
trempage 183; 184
trombone de Koenig 122
tropical 152
troposphère 167

U

ultrasons 115; 127
ultraviolet 101

V

Vaporisation 69
verre
 feuilleté 185
 flotté 184
 trempé 184
viscosité 93
vitesse
 de la lumière 76; 164
 du son 117

Z

zénith 157