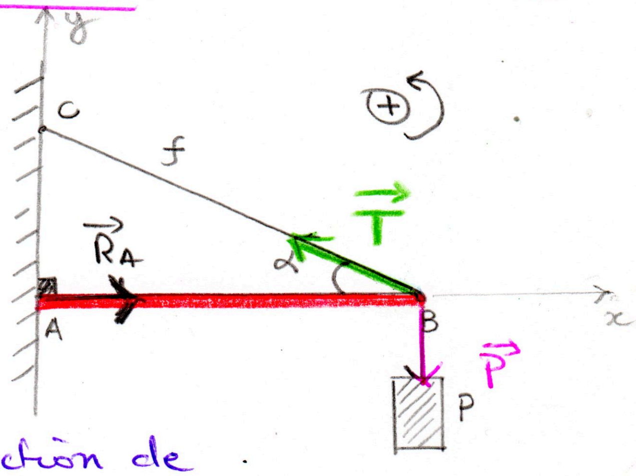
Solution exercice 3.

Données : $P = 10^3\ N$; $\alpha = 30°$

Inconnues : 1 $\vec{T} = ?$; 2 $\vec{R}_A = ?$



Dans 2 cas :

1 cas : la poutre AB est de poids négligeable → donc pour notre système : poutre AB, on aura l'action de 3 forces : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R_A} = \vec{0}$ ici le système est en équilibre sous l'action de 3 forces qui sont donc concourantes. $\vec{T}$ et $\vec{P}$ ayant pour point d'application B ; $\vec{R_A}$ est dirigée suivant (AB) : horizontale.

Donc
- Equilibre de Translation $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R_A} = \vec{0}$ ... (1)
- Equilibre de Rotation par rapport à l'axe perpendiculaire qui passe par A :

$$\Sigma \vec{\mathcal{M}}_{/A} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\mathcal{M}}(\vec{P})_{/A} + \vec{\mathcal{M}}(\vec{T})_{/A} + \vec{\mathcal{M}}(\vec{R_A})_{/A} = \vec{0} \text{ ... (2)}$$

Pour (2) on a $\vec{\mathcal{M}}(\vec{R_A})_{/A} = \vec{0}$ (force qui passe par l'axe de rotation)

donc : $\vec{\mathcal{M}}(\vec{P})_{/A} = \vec{AB} \wedge \vec{P} = -AB \cdot P \cdot \sin 90° \cdot \vec{k}$

$\vec{\mathcal{M}}(\vec{T})_{/A} = \vec{AB} \wedge \vec{T} = +AB \cdot T \cdot \sin\alpha \cdot \vec{k}$

on met $AB = l$

(2) ⇒ $-l \cdot P + l \cdot T \sin\alpha = 0 \rightarrow T \cdot \sin\alpha = P$

donc $\boxed{T = \frac{P}{\sin\alpha}}$ $\xrightarrow{A.N}$ $T = \frac{10^3}{\sin 30°} = 2 \cdot 10^3\ N$

ceci confirme qu'on aura pas de composante verticale pour $\vec{R_A}$: si on prend $\vec{R_A} = \vec{R_{A_x}} + \vec{R_{A_y}}$

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} (ox) : -T\cos\alpha + R_{A_x} = 0 \\ (oy) : -P + T\sin\alpha + R_{A_y} = 0 \end{cases}$$

or $T = \frac{P}{\sin\alpha}$ donc $R_{Ay} = 0$ et $R_A = R_{Ax} = T \cdot \cos\alpha = 2 \cdot 10^3 \cdot \cos 30°$

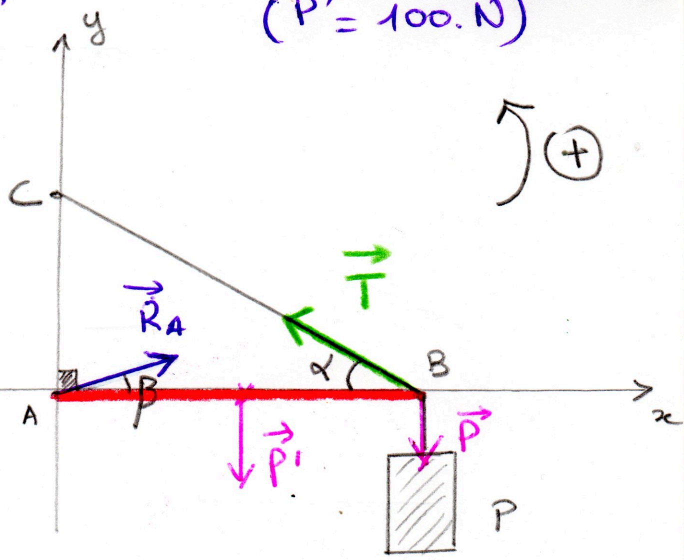
$\Rightarrow \boxed{R_A = 1{,}73 \cdot 10^3\ N}$

2ème cas : Poutre avec un poids P' ($P' = 100.N$)

- Donc pour l'équilibre de translation on a :

$\vec{P} + \vec{P'} + \vec{T} + \vec{R_A} = \vec{0}$ ---(1)

ici $\vec{R_A}$ fait l'angle β avec (AB)



- Pour l'équilibre de Rotation

$\mathcal{M}_{/A}(\vec{P}) + \mathcal{M}_{/A}(\vec{P'}) + \mathcal{M}_{/A}(\vec{T}) + \mathcal{M}_{/A}(\vec{R_A}) = \vec{0}$ ---(2) $\mathcal{M}_{/A}(\vec{R_A}) = \vec{0}$

$-P.l - P'.\frac{l}{2} + Tl\sin\alpha = 0$ ---(2)

$\Rightarrow T = \left(P + \frac{P'}{2}\right) \times \frac{1}{\sin\alpha} \xrightarrow{A.N} T = \left(10^3 + \frac{100}{2}\right) \times \frac{1}{0,5}$

$\Rightarrow T = 2100\ N$

Pour la Relation (1) :

(ox) : $R_A \cos\beta - T\cos\alpha = 0$ --- (3)

(oy) : $-P - P' + T\sin\alpha + R_A \sin\beta = 0 \rightarrow$ --- (4)

$R_A.\sin\beta = P + P' - T\sin\alpha$

et $R_A \cos\beta = T\cos\alpha$

$\Rightarrow tg\,\beta = \frac{P + P' - T\sin\alpha}{T.\cos\alpha} = \frac{10^3 + 10^2 - 2100 \times 0,5}{2100 \times \sqrt{3}/2}$

$\Rightarrow tg\,\beta = 0,0275 \Rightarrow \beta = artg(0,0275) \simeq 1,6°$

Donc $R_A = \frac{T\cos\alpha}{\cos\beta}$ selon (3)

$\xrightarrow{A.N} R_A = \frac{2100 \cdot \sqrt{3}/2}{\cos 1,6°} = 1,82.10^3\ N$