

Série 03

Exercice 01

On considère la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $U_0 = 0$ et par la relation de récurrence $U_{n+1} = \frac{1}{6}U_n^2 + \frac{3}{2}$

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$; $U_n > 0$.
2. Calculer la limite éventuelle de la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$
3. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $U_n < 3$
4. Montrer que la suite est croissante, que peut-on en conclure?

Exercice 02

Considère la suite de nombre réel définie par son premier terme $U_0 = 0$ et par la relation de récurrence: $U_{n+1} = 2U_n^2 + \frac{1}{8}$

Montrer que la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente et déterminer sa limite.

Exercice 03

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $U_0 = 1$ et la relation de récurrence $U_{n+1} = \frac{U_n + 8}{2U_n + 1}$ et soit $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 2}$

1. Montrer que $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $-3/5$.
2. Exprimer V_n en fonction de n
3. Exprimer U_n en fonction de n
4. Montrer que $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge et déterminer sa limite.