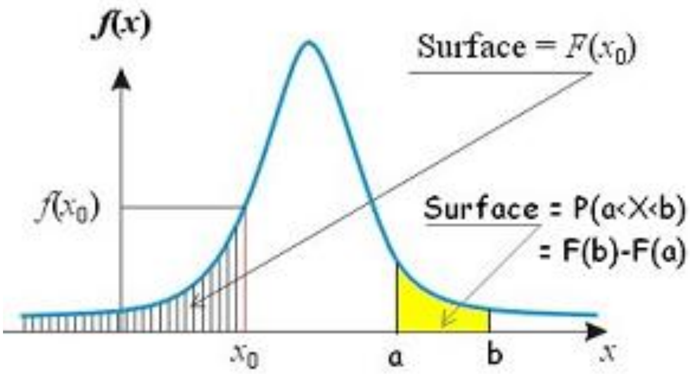
Chapitre. V- ANALYSE FREQUENTIELLE DES VARIABLES HYDRO-PLUVIOMETRIQUES.

1. Introduction :

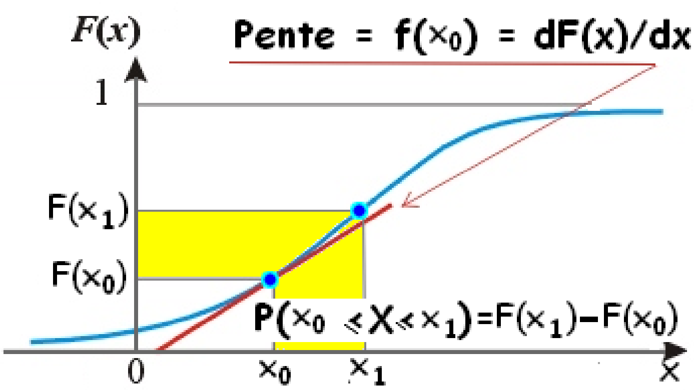
Les lois de distribution servent à calculer directement la probabilité d'apparition de certains évènements une fois que l'on connait la loi à adapter à un phénomène. L'objectif de l'analyse fréquentielle est de rattacher une distribution observée à une distribution théorique, c'est-à-dire à un modèle bien connu, qui permet de modéliser les phénomènes pour mieux les utiliser ensuite.

- la fonction de densité de probabilités est la fonction f(x) correspondant à l'équation de la loi de probabilité pour toutes les valeurs de la variable x.

-la fonction de répartition, F(x), est la distribution cumulée de la fonction f(x); c'est donc l'intégrale de f(x). Elle indique la probabilité pour que x soit inférieure ou égale à toute valeur x_0.



Fonction de densité f(x)



Fonction de répartition F(x)

2. Principales lois de probabilités utilisées en hydrologie :

- Loi normale ou loi de Gauss.

- La loi log normale ou loi de Galton.

- Loi de Gumbel ou loi de valeurs extrêmes.

3. Estimation des paramètres de chaque loi :

<u>Loi Normale (Gauss-Laplace)</u>

$$\mu_x = \bar{x}$$

$$\sigma_x = s$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$F(x) = F\left[\frac{(x - \bar{x})}{s}\right] \longrightarrow \text{Table de l'intégralle de Gauss-Laplace}$$

<u>Loi Log-normale (Galton)</u>

$$Y = Ln(X)$$

$$\sigma_y = \sqrt{Ln\,(CV_x^2 + 1)}$$

$$\mu_y = Ln\,\mu_x - \frac{\sigma_y^2}{2}$$

$$\text{si } \frac{\sigma_x}{\mu_x} \leqslant 0{,}30 : \ \sigma_y = Cv_x$$

$$z = \frac{y - \bar{y}}{s_y}$$

$$F(y) = F\left[\frac{(y - \bar{y})}{s_y}\right] \longrightarrow \text{Table de l'intégralle de Gauss-Laplace}$$

Loi de Gumbel (EV1)

- cas des valeurs maximales

$$\alpha = \frac{1.282}{\sigma}$$

$$u = \mu - \frac{0.577}{\alpha}$$

$$F(x) = F(w) = \exp\left[-\exp(-w)\right]$$

- cas des valeurs minimales

$$\alpha = \frac{1.282}{\sigma}$$

$$u = \mu + \frac{0.577}{\alpha}$$

$$F(x) = F(w) = 1 - \exp\left[-\exp(w)\right]$$

$w = \alpha(x - u)$ = variable réduite de Gumbel.

3. Notion de période de récurrence (T) :

On appelle "Période ou durée de retour ou Intervalle de récurrence T " le nombre moyen d'années pour qu'une certaine valeur de X, disons x_0, puisse être atteinte ou dépassée (ou bien atteinte ou non dépassée) au moins une fois.

ANNÉE HUMIDE : $T = 1/P(X \geq x_0) = 1/[1 - F(x_0)]$ **si** $F(x_0) > 0.5$

ANNÉE SECHE : $T = 1/P(X \leq x_0) = 1/F(x_0)$ **si** $F(x_0) < 0.5$

4. Appréciation de la qualité de l’ajustement d’une distribution empirique par une loi de probabilité théorique :

Les Tests d’adéquation sont les plus robustes, les plus utilisés sont :

-Test du χ^2 de Pearson.

-Test D de Kolmokorov-Smirnov.

***Test du χ^2 :**

- s’applique pour une série classée (classes).

-fi effectif par classe.

-choisir une loi L(x) : le problématique est : est- ce que L(x) reflète réellement l’histogramme de la distribution empirique. Cette loi permet de tirer les probabilités théoriques pour ces classes.

- calculer les probabilités, puis les effectifs théoriques : fi'= NPi.

- calculer l'indicateur d'écart χ^2_{calc} :

$$\mathrm{X}^2_{calc} = \Sigma \frac{(f_i - NP_i)^2}{NP_i}$$

- comparer χ^2_{calc} et $\chi^2_{\alpha,\nu}$ (tabulé).

- Si $\chi^2_{calc} < \chi^2_{\alpha,\nu}$, accepter la loi L(x) choisie au seuil de signification α.

- ν= N-1-P. pour une série normale et ν= K-1-P. Pour une série classée.

*** Test D de Kolmokorov-Smirnov:**

-série classée par ordre croissant.

-calculer la probabilité au non dépassement : $F_r(x) = \frac{r}{N+1}$

- calculer F'r par la loi L(x).

- calculer $D = |F_r - F'_r|$

-choisir Dmax

-comparer Dmax calc avec $\mathrm{Dmax}_{\alpha,\nu}$ (tabulé).

- si Dmax calc $< \mathrm{Dmax}_{\alpha,\nu}$, accepter la loi L(x) choisie au seuil de signification α.